Gjarnt Tonson.

Olafur Stefánsson

510
Ól2

Stutt Undirvisun

í

Reikningslistinni

og

Algebra.

Samantekin og útgefin handa Skóla-lærisveinum og ödrum hynglingum á Islandi.

Landsbókasafn

Kaupmannahöfn, 1785.
Prentud hiá Jóhan Rúdólph Thiele
á kostnat höfundsins

Þú hefir tilsett alla hluti með mælir,
tölu og vigt.

Speckinnar bókar 11 Cap.

Til

Directionen

for

den Kongelige

Grønlandske, Islandske, Finmarkske

og Færøiske

Handel.

Iblandt de mange og store Naades-Beviisninger, hvilke vor Allernaadigste Konge saa faderlig lader det arme Island vederfares, er denne ikke den mindste: at have Allernaadigst behaget at overdrage, til Deres Excellencer og gode Herrer, Directionen over dette Lands Handel, en Sag, hvoraf dets Velfærd nu og i Eftertiden fornemmelig vil hænge.

Om Indbyggerne selv havde været Allernaadigst overladt at vælge, skulde de intet heller have tilonsket sig, i denne Henseende: end at Landets Handel maatte betroes til saa oplyste, saa retsindige, og for dets Velstand og Opkomst saa omhyggelige Herrers Bestyrelse.

Det vil til alle Tider blive en Sandhed, at saa længe Handelen paa Island ikke bliver indrettet og ført saaledes, at den kan geraade baade til Statens og Landets sande Fordeel, kan dette ikke andet end være og blive Hans Majestæt til Byrde, og dets Indbyggere savne de fornødne Kræfter, til at kunne udrette noget tilstrækkeligt til at udreede dem af den Uorden i Næringerne, og deraf flydende Vanmagt, under hvilken de nu have bukket i nogle Aarhundrede.

Det er i den Tanke: at Handelen just i denne Hensigt er bleven Allernaadigst overdragen til saadanne Mænds Bestyrelse, at Islands Indbyggere finde dem særdeeles meget trøstede i deres nærværende mange og store Elændigheder; de fornøye dem derved med allerunderdanigst Taknemmelighed mod Hans Majestæt Kongen; Ja, de glæde dem endog i det faste Haab, at Handelen vil, ved Deres Excellencers og gode Herrers Omsorg, inden en kort Tid faae saadan en Vending, at de og deres Efterkommere

mere med Tiden, ved at faae Deel i samme, kunne ogsaa tage Haanden med i at arbeyde for Landets Opkomst og Velstand.

De tør haabe endnu meere, og det er: at Deres Excellencers og gode Herrers Forbøn hos Kongen vil aabne dem Vey til den Allernaadigste Haandrækning og Understøttelse, til at kunne, med ønskende Fremgang, stræbe til dette Maal, hvortil deres egen Mangel paa Videnskab, Formue og Anstalter giøre dem saa yderlig trængende.

Alt hvad jeg haver troet at kunne være mine Landsmænd, og især den opvoxende Ungdom, til Tieneste med, der kunde hielpe til at give dem noget Slags Kundskab og Bequemhed, enten til selv, i sin Tid, at kunne tage nogen Deel i Handelen, eller som Betiente at befordres ved samme; det har været at overgive dem denne af mig sammenskrevne liden Regnebog, som jeg dog haaber vil medføre nogen Nytte.

Men at jeg haver understaaet mig herved underdanigst og ærbodigst at tilegne samme Deres Excellencer og gode Herrer, det haver jeg virkelig anseet for en uomgiængelig Pligt, saavidt Deres Excellencer og gode Herrer have saa udmærket en Deel, endog i de allermindste Ting, der sigte til Landets Nytte, og Dem derfor i den Henseende ogsaa tilkom den største Ret til disse Blade.

Hvor lykkelig vilde jeg ikke skatte mig, om Deres Excellencer og gode Herrer, vilde ansee dem at kunne bidrage, hvor lidet det end var, til den Hensigt, i hvilken de ere skrevne! Hvor skulde det ikke inderlig glæde mig! Ligesom det og vilde være mig den kraftigste Overbeviisning, at den Umage, jeg har anvendt derpaa, var ikke unyttig, eller forgieves.

Andreholm,
den 4. Octbr. 1784. D. Stephensen.

Til

Til Leſarans.

Svo hafa fleztir bæklingar á prent verit útgefnir, at Ritſmidrinn hefir ondverdliga vid ſkrif ſitt avíſan gefit leſendum, hverra orſaka vegna hann hafi ſer þat verk fyrir hendur tekit, hvílík væri þeſs orda edr nidrſkipan, og til hverrar ſerdeilis nytſemi þat horfa mætti. Þat ſama vilda eg mer einnig hlída láta, at bædi fylgdi eg þar í dæmum ſkinugra manna, og líka giordi þeim nockra fyrigreidſlu, er bækling þenna leſa kynnu.

Sú fyzta orſok til þeſſa fyrirtækis var sú: at þegar eg nýlega var kominn út hingat frá Kaupmannahofn, (hvar eg fengit hafdi nockra þeckingu á þeim mathematiſka edr mælingarfrædinnar lærdómi), tók eg mer fyrir, her um

árit 1758, at skrifa eitt og annat, af því eg numit hafda utanlanz, er heyrdi þeßum lærdómi, siáfum mer í fyrstu til minnis og til vidrhalds minni litlu þeckingu á þeßari frædi; medal annars skrifadi eg þetta qver, er nú kemr fyri almennings augu, hvert eg fyri skemztu hefir aukit um nockra Kapitula, magnliga áfyst her til af nockrum lærdum mønnum, og velgrundudum í reiknings-listinni, sem skrif þetta hafdi af hendingu fyri sionir komit, og þókti þeim ei óþarfligt, at skrifit, til almennings nytsemda, á prent útgengi.

Jafnframt þeßu hefir eg niósnat, at nockrar útskriftir mundu til vera af mínu fyzta ófullkomna uppkasti, hvat einnig med ádrtédum orsøkum, hefir ollat mér þeirrar íhuganar: at ecki mundi betr hlýda, at þat kæmi prentat undir vitra manna dóm, frá annara høndum, hverra varfærni og nágvæmni máské ei væri nóg, í svo athugasømu efni, er krefr bædi kunnáttu nockra og líka góda adgætni þeß, er eptir ritar.

Reiknings tegundanna ordu edr nidrskipan í þeßum bæklingi, hefir eg at meztu lagat eftir reikn-

reiknings skrifum hinna núyiuztu ritsmida í þessari frædi, og eptir minum skilníngi eins og hentugazt er til hagrædis og nota, þeim er ná vilia grundvalladri þecking á þessari kunnáttu, en reiknings adferdina hefir eg synt í reglunum sialfum, og vídazt hvar tilvísat, hvernig dæmin yrdu haganligazt leyst, á einn edr fleiri vegu.

Þau látínsku ord, sem her og hvar fyrikoma, einkum vid nafnagiptir reiknings tegundanna, hefir eg því sídr viliat alldúngis undanfella, sem þeir beztu reiknings-meistarar her á Nordrlondum, hverr í sinni túngu, hafa látit þau, og láta opt enn nú, standa í þeirra reiknings-bókum, og áleit eg þat ei óþarfa einsamann, fyrir þá er til bókmenta yrdu settir í skólunum, edr og nyti látínu-kennslu í heimahúsum. En til lettis fyrir hina er ei skilia látínu, hefir eg vid serhvert þessara orda, sett þá eiginligu skríngu þeirra, í módurmálinu.

Til þess at kendar yrdu fleztar þær reiknings-tegundir, er brúkaz í dagligu samlifi, edr og hmislegum útrettingum og athofnum, hefir eg ei viliat undanfella, at syna her reikning

med

med tugabrotum, líkindum og samjøfnudi og tøluhlaupum, sem máske virdiz þúngskilnari, enn adrar reikníngs greinir; þó væntir eg, at þeim, er skrif þetta les med ádgætni frá upphafi, og sídan frameptir, muni audveldt veita, at skilia og nema, serhvat er í henni syrikemr, en hinn, er lætr ser nægia, at grípa her og hvar nidr í bókina, en nennir ei at lesa neitt samanhángandi med athygli, lærir þarvid lítit edr eckert í reikníngi, hvat audvelldr sem hann vera kynni, en dæmir þó strax: at bókin se þúngskilin og óhentug únglingum. Sama vil eg og segia um enar fyrstu grunnstædur úr bókstafa-reikníngi og Algebra', er eg hefir vidbætt, til handa skóla-lærisveinum og ødrum er gyrnaz mættu, at fá nockurn skilníng á þeßum yfrit nytsama lærdómi, og let eg mer nægia fyrst um sinn, at syna í stúttu máli adferdina í fiórum reiknings-greinunum med bókstøfum, og sídan hvernin úrleysa mætti einfalldar og qvadratiskar líkingar; loksins hefir eg med nockrum verkefnum og dæmum synt nytsemi þeßa reiknings vid þeirra úrlausn, og líka hversu reikna megi sem hægazt og fliótazt med líkingum, dæmi þau, er med ómaki og syrirhøfn verda sundin med Fals-reglu.

Stílinn

Stílinn hefir eg reynt til at gióra sem audvelldaztann og skilianligann børnum og úngmennum eptir óbiogudu í landinu, svo ei þyrfti lengi at grubla eptir meiníngu ordanna, hefir eg því ei álitit þenanligt, at taka eitt fornyrdi sem brúkat hefir verit á einni øld, og leggia til fornyrda brúkadra á annari edr fleirum fyrri øldum, hvarvid módurmálit gæti hverki ordit hreint, ne helldr uppvaxta úngdómi skilianligt, hvat eg ei helldr se neinn þeirra betstu og lærduztu manna hafa álitit þenanligt, er skrifat hafa á hinni seytiándu, og eins nú á vorri øld; eg vil tilnefna þann lærda Biskup Mag. Brinjúlf Sveinsson, Løgmann Pál Widalin, Mag. J. Arnason, vort Islenzka Lærdóms-lista Felag, hvers útgefnu fiogra ára rit, hrósa hinum hreinazta, og med stórri kostgæfni, vandada stíl í voru módurmáli, sem ei einúngis er vel skilianligr, helldr og at øllu eptirbreytnisverdr. Vel má og sama segia um stílinn á Lachanologia Fyri-Løgmanz Eggerts Olafssonar, og Atla Prófasts Sira Biorns Halldórssonar, hverutveggi uppbyggiligum og ágætum skrifum.

Sein-

Seinazt vil eg þeß geta: at ei er ritlingr þeßi samantekinn í þeirri meiníngu, at ei seu þeir margir her á landi, er vel kunni at reikna, og geti án hanns kennt þat ödrum út af sér, einkum af embættis-mönnum andligrar og veralldligrar stettar, heldr er hann ætladr þeim úngu og uppvaxandi til nota, er eg vona flióta muni af náqvæmum lestri hanns og gódri æfíngu í reikníngi dæmanna, og í því tilliti, en eingu ödru, er hann skráfettr og nú útgefinn, sem og, at hann mætti gagna almenníngi um sinn, þángat til adrir samantaka adra fullkomnari Reikníngs-bók.

Inni-

Innihaldit.

	Inngángrinn		Bls. 1
I.	Kap. Um Talníngu.		4
II.	— = Samlagníngu.		14
III.	— = Frádragníngu.		23
IV.	— = Margföldun.		29
V.	— = Deilíngu.		41
VI.	— = Reikníng med margskyns tölum.		61
VII.	— = Próf hinna fiögra Höfud-greina.		75
VIII.	— = Brota-tölu yfir höfud.		82
IX.	— = Samlagníngu brota-talna.		96
X.	— = Frádragníngu brota-talna.		97
XI.	— = Margföldun brota-talna.		99
XII.	— = Deilíngu brota-talna		102
XIII.	— = Tuga-brot.		105
XIV.	— = Líkindi og Samjöfnud.		112
XV.	— = Tölu-hlaup.		120
XVI.	— = Priggia-lida reglu í heilli tölu.		132
XVII.	— = — — — í brotinni — og blandadri tölu.		144
XVIII.	— = Öfuga Priggia-lida reglu.		149
XIX.	— = retta tvöfalda reglu		152
XX.	— = öfuga tvöfalda reglu.		156
XXI.	— = Felags-regluna.		159
XXII.	— = Blöndunar-reglu.		165

Bls.
XXIII. Kap. um Jómfrúa-regluna. 169
XXIV. — — Fals-regluna. — — 174
XXV. — — Utdrátt qvadrat-rótar. — 183
XXVI — — Utdrátt Rúbík-rótar. — 189
XXVII. — — Bókstafareikníng. — 197
XXVIII. — — Einfaldar Líkíngar. — 220
XXIX. — — Qvadratískar Líkíngar. — 237
Urleyst Verkefni med líkíngum. — 242

Prentvillur.

Bls. 13 lín. 8 billiónir les trilliónir
— 17 — 11 tngi — tugi
— 41 — 8 hvesu — hversu
— 55 — 22 ólikar — ólíkar
— 57 — 24 divisis — divisio
— 62 — 19 gmall — gamall
— 68 — 25, 4 ß — 8 ß
— 74 — 12 hlut — í hlut
— 77 — 26 til dæmi — til dæmis
— 91 — 23, 0 — 10
— 160 — 9 til — til
— 161 — 24 hætt — hætti
— 211 — 1 ste — sie
— 214 — 5 neimum — neinum
— 232 — 4, 30 — 30y
— 237 — 26, 8 — — 8
— 244 — 12, 17 ✝ 18 — 17 ✝ 17 ✝ 18.

Inn-

Inngángrinn.

Um Mælíngarfrædina yfir hofud, og hennar deilld.

---

§. 1.

Stærd (Qvantitas) heitir serhvat pat, sem minka má og vidauka, og í hverju skynseminu getr adgreint adra minni parta. Til dæmis: ein míla, einn dagr; Þó eru þær stærdir til, um hverra parta ei má ueitt skírt hugargrip odlaz, helldr at eins þeckia og at nockru leiti ágvarda med grádum (gradibus), til dæm: skarpleika, næmi, lærdóm; þvílíkar heita því innvortis (intensivæ), en allar adrar útvortis-

stærdir (qvantitates extensivæ). Skirt hugargrip um útvortis stærdir fær madr:

a) Af náqvæmri ransókn þeirra, hvort helldr vera kynni med álna-mælir, vigt, edr odru; t. d. tuttugu álnir klædis, eitt lísipund, o. s. fr.

b) Af skynsomum tilgátum og yfirvegan, hve hinar ókendu stærdir megi finna af þeim kendu, einúngis med samliking þeirra; án þessa hefdum ver ei getad mælt fiarska sólar frá oss, plánetanna gáng, stærd jardarinnar, túnglsins, edr annat; en mælíngarfrædin (mathemata, matheſis) kennir einkum hit seinna.

Alzkonar stærda-tegundir yfirvega menn, annattveggia út af fyri sig og adskildar frá hlutunum sjálfum (in abstracto); til dæm. Þrír, línur, o. s. fr.; og lít eg her ei eptir, hvat þessar stærdir merkia skuli, hvort helldr þriá ríkisdali eda þriár tunnur, línur á jordunni, í loptinu, úti eda inni, eda hvar helzt eg minda mer þær; ellegar menn yfirvega stærdirnar í tilliti til hlutanna sjálfra, sem stórir eru (in concreto), til dæm. fim menn, þriár álnir klædis, átta pottar víns og svo fr. um hitt hendlar su hreina mælíngarfrædi (matheſis pura,

pura, theoretica, abstracta), sem kennir reglur og atferd til at finna þeßkonar stærdir; en hin gigranliga (matheſis practica, applicata, mixta) um þetta ſidara, og ſynir um leid, hve reglurnar megi uppá náttúruna heimfæra, og nyta í samlifi manna.

§. 2.

Í serhverri stærd eru partar, hverr partr nefniz vining (unitas), og fleiri þeßkonar einíngar tilſamans tala (numerus); ſvo er til dæmis: einn rdlr. sú stærd, sem hefir í ser níutíu og ſex parta edr β, hverr β er ein vining, og rdlrinn ſiálfr í hverium margar þeßkonar einíngar innibindaz, er tala.

Einskyns tølur (numeri homogenei) heita þær, sem merkia einíngar af einni og ſamtu tegund. Til Dæm. fim ríkisdalir og átta ríkisdalir. en ſe þeirra tegund ólik, heita þær margskyns tølur (numeri heterogenei); til Dæm. þriár álnir, ſiø tunnur.

Vidkend tala (numerus concretus) er sú, sem til kynna gefr bædi einínganna mergd og tegund. Til Dæm. tíu ríkisdalir Courant, tólf álnir vadmáls, en ágvedi hún einúngis fiølda þeirra,

nefniz hún óvidkend tala (numerus abstractus). t. d. þrír, fiórir, fim.

Reikníngs-listin er sá lærdómr, sem augl̃sir talnanna náttúru og eiginlegleika, og sýnir brúkun þeirra og nytsemi.

Í Mælíngarfrædinni koma bædi kendar stærdir og ókendar fyri, þær kendu nefna menn gefnar (datum, data), og hinar ókendu þær eptirleitudu (qvæsitum).

1. Kapituli.

Um Talníngu edr NUMERATIONEM.

§. 3.

Allzkonar tala skrifaz nú almennt med síffrutølu, edr tíu ólíkum tølumindum, af hverium:

1 merkir einn edr eina einíngu.
2 merkia two — tvær einíngar.
3 — þriá — þriár —
4 — fióra — fiórar —
5 — fim — fim —
6 — sex — sex —

7 merk-

7 merkia sio edr sio einíngar
8 — átta — átta —
9 — níu — níu —
0 — núll — alz eckert.

Allar nefnaz þær yfir höfut Síffrur, og af níu enum fyrstu, merkir hver um sig ágvedinn einínga-fiöllda, heita þær því einnig merkiligar; en hin sídazta 0 (núll edr cero), sem í raun rettri er eingi tölustafr, kallaz ómerkilig, þar hún út af fyri sig gildir eckert, en eykr tífalldt merkingu hinnar næztu tölu at framan. Til dæmis: 1 merkir út af fyri sig einn, en bæti eg vid hann 0, svo sem 10, þá merkir talan 1 ecki lengr eina einíng, helldr tíusinnum eina einíng edr tíu; eins 20 tíusinnum tvo edr tuttugu o. s. fr.

§. 4.

Standi fleiri síffrur í röd hver hiá annari, þá merkir hin næzta síffra í fyrsta rúmi (at reikna frá hægri til vinstri handar) eins margar einíngar og hún ávísar; í odru rúmi eins opt tíu, og síffran sjálf innibindr í sér margar einíngar, í þridia rúmi eins opt hundrat, fiórda rúmi eins opt þúsund, finta rúmi eins opt tíu þúsundir, siotta rúmi eins opt hundrat þúsundir, og siaunda rúmi eins margar þúsundir þúsunda.

Til dæmis í þessari tölu: 5974683, merkia 3 þrísvar einn eðr þriár einíngar, 8 áttasiúnum tíu, 6 sexsiunum hundrat, 4 innibinda í sex-fiórar einíngar, en þar þeir standa her í fiórðu röd, svo merkia þeir eins margar þúsundir, það er: fiórar þúsundir, eins merkia 7 siösinnum tíu-þúsundir, 9 níusinnum hundrað þúsundir, og 5 simsinnum þúsundir þúsunda.

o er í sjálfu sér ætíð núll og ómerkilegt, hvort heldr þat finnz í 1ta, 6ta, 7a eðr nockru öðru rúmi.

Mikit ríðr á, at geta strax þeckt gilldi serhverrar siffru, hvar sem helzt syrikemr í talnaröðum, og kunna vidvaníngar at stydia sig við þessa alkendu bögu:

Sig mest merkir hinn syrsti, mann tíu qvað annar, hundrat þýðir hinn þridie, þús-und fiórði, vel grunda, tíu þúsund tel simta, tel hundrat þúsund sietta, sieunda mer klerkar kendu, at kalla þúsund þúsunda.

Eptir hinni sömu reglu má uppsetia serhverja gesna tölu, gæti madr at eins vel at, í hverju rúmi hver siffra standa skuli, og hlýtr vegna talnstafanna sædar, aptr at byria á ný med sömu siffrur.

Til

Til dæmis:

5. fim.
10. tíu.
15. fimtán edr 10 auk 5.
18. átián edr 10 og 8 at auki.
20. tuttugu.
23. tuttugu og þrír (at auki).
30. þriátigir.
34. þriátigi og fiórir.
40. fiorutigir.
46. fiorutigi og sex.
50. fimtíu, fimtigir.
59. fimtíu og níu.
60. sextigir, sextíu.
61. sextigir og einn (at auki) v. s. fr.
100. hundrat.
104. hundrat og fiórir.
112. hundrat og tólf.
120. hundrat og tuttugu.
300. þriú hundrut.
343. þriú hundrut fiorutíu og þrír.
500. fim hundrut.
507. fim hundrut og sis.
621. sex hundrat tuttugu og einu.
711. sio hundrut og ellefu.
1000. eitt edr ein þúsund.
1010. eitt þúsund og tíu.
1103. eitt þúsund eitt hundrat og þrír.
1420. eitt þúsund fiogr hundrut og tuttigu.
1536. eitt þúsund fim hundrut þriátíu og sex.
2000. tvær þúsundir edr tvs þúsund.
5000. fim þúsundir.
5341. fim þúsund þriú hundrut fiorutigi og einn.
9327. níu þúsund þriú hundrut tuttugu og sis.
40000. fiorutigi þúsund.
60103. sextíu þúsund eitt hundrat og þrír.
700000. sio hundrut þúsund.
910704. níu hundrut og tíu þúsund sio hundrut og fiórir.
3010101. þriú þúsundþúsunda tíu þúsund eitt hundrat og einn. og svo framv.

Merk. Orsökin til þess at nú eru almennast brúkadir 10 tölustafir edr at talit er til 10, mun án efa sú, at þeir sem lítt æfdir eru í reikningslistinni, telia gigrna á sínum 10 fingrum; en þessar tí-breyttu talna-mindir, halda menn at þeir Arabísku hafi uppfundit, sem og ráda má af siffrunum sialfum, hverra gilldi eykst og gengr fram frá hægri til vinstri handar, eins og letur þeirra. Saraceni vóru þeir fyrstu, sem fluttu þær inní Nordur-álfuna á Spán, og Gerbert múnkr, sem á eptir vard Páfi her um Anno Chr. 999. og nefndiz þá Sylvester hinn Annar, kom med þessa arabísku tölustafi inn á Fránkaríki úr Spán, hvadan þeir hafa vídt útbreidz um alla Nordur-álfu heims.

§. 5.

Margar þiódir hafa, í stad áminztra tölustafa, reiknat jafnan med bókstöfum, til dæm: Rómverjar, hiá hverium serhverr bókstafr í stafrófinu merkti vissa edr ágvedna tölu, nefnilega:

A. gilldti vid	500	E. gilldti vid	250
B. — —	300	F. — —	40
C. — —	100	G. — —	400
D. — —	500	H. — —	200

I. gilld-

I. gilldti vid	1	R. gilldti vid	80
K. — —	51	S. — —	70
L. — —	50	T. — —	160
M. — —	1000	V. — —	5
N. — —	90	X. — —	10
O. — —	11	Y. — —	150
P. — —	400	Z. — —	2000
Q. — —	500		

Stundum var sett yfir stafina láng-strik, og jókst við þat merking þeirra þúsundfalldt, svo at, til dæmis:

$\overline{A}$ gilldti vid	500000	$\overline{P}$ gilldti vid	400000
$\overline{E}$ — —	250000	$\overline{S}$ — —	70000
$\overline{I}$ — —	1000	$\overline{V}$ — —	5000
$\overline{M}$ hmist vid	1000000	$\overline{X}$ hmist vid	10000
eda	— 1000	eda	- 1000

Auk þessara hefdu þeir enn adra stafi edr teikn, af hverium:

⅄ — gilldti vid	30	LↃↃ gilldti vid	5000
LX — —	70	ccIↃↃ — —	10000
CIↃ — —	400	IↃↃↃ — —	50000
IↃ — —	500	ccclↃↃↃ- -	100000
∾cIↃΨ - -	1000	IↃↃↃↃ - -	500000
IV∾ - -	4000	ccccIↃↃↃↃ--	1000000

Af þessum ollum hafa menn á seinni tímum ei brúkat almennt fleiri enn 7. nefnilega:

I.	V.	X.	L.	C.	D.	M.
1.	5.	10.	50.	100.	500.	1000.

stærsta talan stód jafnan fyrst í rødinni, og svo smámsaman minkandi tølur, en hin minzta seinazt; ef minni stafr stód fyri framan annann meiri, þa minkadiz stærri stafrinn um svo mikit, sem hinn minni gilldti, til Dæmis:

CM. gilldti þá ei meir enn 900. CD. ei meir enn 400. XC, 90. XL, 40. IX, 9. IIX, 8. og IV, ei meir enn 4. en ef minni stafr kom nærst á eptir ødrum stærri, þá jók hann svo mikit gilldi hinns, sem hann sialfr merkti, t. d. MC. gilldti vid 1100. MD, 1500. DC, 600. DCC, 700. LX, 60. LXX, 70. LXXX, 80. XI, 11. XIII, 13. XIV, 14. XVII, 17. XIX, 19. VIII, 8. VII, 7. VI, 6. III, 3. II, 2.

Eptir talnanna ásigkomulagi hlaut opt at samanleggia stafina; til dæmis: ef skrifa átti med rómverskri tølu 4789. skedi þat svo: MMMM. DCC. LXXX. IX. Miklu haganligar hefdu þeir kunnat at brúka 10. bókstafi, eins og vèr nú brúkum 10. siffrur, og í stadinn fyri vora 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0, velia einhveria eptir velþóknan, t. d. g, a, h, c, s, r, u, i, n, k, svo hefdu 4789. sem ver nú skrifum med 4. siffrum, eins mátt standa hiá þeim med 4 bókstøfum,

stefum, nefnil. cuin. og þessa atferd brúka allir kaupmenn og kramarar fyri sjálfa sig, til at þeckia dýrleika vöru sinnar, t. d. á einum klædispacka kann at standa hr rd. gs ß. í stadinn fyri 36 rd. 15 ß.

§. 6.

Eins og menn kalla 10. sinnum 1. tíu, svo kallaz og 10sinnum 10 hundrat, 10sinnum 100 þúsund, 1000sinnum 1000 ein millión edr þúsund þúsunda, þúsundsinnum 1000 milliónir ein tvímillión (billión), 1000sinnum 1000 billiónir ein þrímillión (trillion), 1000sinnum 1000 trilliónir ein fiórmillión (qvadrillión) o. s. fr., þessi atferd at lesa og uppqveda töluna, er nu á tímum brúkanlig, er hún og miklu skilianlegri og fliótari enn hin gamla, einkum ef lánga edr mikla tölu er at lesa, því þar sem eg eptir hinni gömlu las t. d. þessa tölu: 1, 000, 000, 000, 000, 000. og sagdi: einusinni þúsundsinnum 1000sinnum 1000sinnum þúsundir þúsunda, þá nefni eg hana nú med hinni nyiu eina þrímillión; en til at geta rett lesit og framflutt miklar tölur, hversu lángar sem fyrikoma, kynnir madr sér vel eptirfylgiandi reglur:

1. R. Tölunni skal skipta í flocka med smástrikum frá hægri til vinstri handar, svo at í hverium flock edr rúmi verdi 3. siffrur ímillum strikanna.

2. R.

2. R. Yfir þá fyrstu siffru í þridia rúmi frá hægri hönd til vinstri, skal setia einn punkt, tvo púnkta yfir fyrstu siffru í 5ta rúmi, 3. púnkta yfir ena fyrstu í 7a. rúmi, 4. púnkta eins í 9a. rúmi, og svo framv. en æ skal eitt rúm ópúnktat milli hvers, úr því hinn fyrsti púnktr er settr; edr enn þá styttra: at madr setr áminzta púnkta yfir 7du hveria siffru, en telr þá med er hann seinazt setti púnkt upp yfir. Merk at í stadinn fyri púnkta, setia sumir dálitla bókstafi yfir siffrunum, svo sem m. vid millión, b. vid billión, t. vid trilliónir o. s. fr.

3. R. Hvert smástrik þýdir þúsund, einn púnktr milliónir, tveir púnktar tvímilliónir o. s. fr.

4. R. Meun lesa ei nema einn af þessum smáflockum í senn, hvert heldr í honum eru ein edr fleiri siffrur, allt eins og þær einstakar væru, einúngis er um leid adgætt, at þúsunda strikin seu lesin med hverium flock, og í þessum gilldir því hin fyrsta siffra næzt vinstri hendi, svo morg hundrud, mid-siffran svo marga tygi, og sú seinazta svo opt einn, sem hver þeirra uppáhlióðar. til Dæmis:

1, 234, 567, 890, 543, 123, 571.
einúng tugir hundrat einíng tugir hundrat einúng tugir hundrat einíng tugir hundrat einúng

og

og á þeßi tala svo at lesaz: ein þrí-millión, tvshundrut þriátígir og fiogur þúsund, fim hundrut sextíu og sis tví-milliónir, átta hundrut og nlutígir þúsund, fimhundrut fisrutígi og þriár milliónir, ýitt hundrat tuttugu og þriú þúsund, fim hundrut sistígir og einn.

5,000,000 fim milliónir

6,000,000,000,000 sex billiónir

7,000,000,000,000,000,000 sis billiónir

8,000,000,000,000,000,000,000,000 átta qvadrill.

t b m

9,000,000,000,000,000,000,000,000,000 níu qvinqvilliónir.

§. 7.

Margskyns tølur skal svo rita, at eins tegundir svari hver annari, og standiz jafnan á, en rugliz ei saman vid adrar ólíkar; til dæmis: í peninga reikníngi, þá rita eg:

4 rd.	5 mß	12 ß
9 —	3 —	14 -
7 —	4 —	9 -

svo at ríkisdalir svari ríkisdølum, mørk mørkum og skildíngar skildíngum. — Hvernig rita skuli brotnar og blandnar tølur mun sídar kennt verda, ásamt merkingu þeirra teikna, er reikníngsmeistarar jafnan vidneyta, til at stytta og flyta fyri sér í laungum reikníngi; eg vil því á þessum stad einúngis geta þeß: at jafnadar-merkit (signum æqvalitatis) er svo ritaz = ætid sýnir, hvar helzt sem þat stendr, at stærdir þær edr tølur,

tolur, sem eru á bádar hlidar merkinu, seu jafnstórar; til dæmis: ef svo stædi á: 1 rd. = 96 ß edr: 1 Skk. = 320. kk. þá merkir þat: at einn ríkisdalr se jafn vid níutíu og sex skildinga, og eitt skippund jafnt vid þriú hundrut og tuttugu pund, o. s. fr.

2. Kapituli.
Um Samlagníngu edr ADDITIONEM.

§. 8.

At leggia saman (addere) er at finna þá tolu, sem se eins stór, og tvær adrar edr fleiri semu merkingar lagdar til samans. tolur þær, sem samanleggiaz eiga, kallaz gefnar (data, addenda), en sú fundna safnadr (aggregatum) edr summa þessara talna; og af því er additio edr sam-lagníng, sú adferd í reikníngi, med hverri finna má summu tveggia edr fleiri gefinna talna. Samlagníngar-merki (signum additionis) er + (plus) sem er hit sama og sagt væri: ásamt edr at auki, til dæmis: 8 + 3 = 6 + 5, þat er: átta og þrír at auki, eru jafnir vid sex ásamt fim, edr at tillegdum fim, þat er at skilia: ellefu.

§. 9.

§. 9.

Eins og serhver tala er af svo morgum einingum samsett, sem merking hennar innibindr opt í ser einn, allt eins er her og hver talan samanlegd vid adra, til at ná peirra rettri summu. T. d. A. bætir einu epli til annars, par til hann hefir fengit 4. tals, og B. leggr eitt epli vid annat, par til hann hefir 5 at tölu; nú vil eg leggia pessar tvær tolur saman til at fá summuna, og segi því: fiogr og fim eru nín, sem er summa eplanna.

Eingar tolur verda samanlagdar, nema pær einar, er somu merkingar seu hver med annari, t. d. vilie eg leggia 5 egg saman vid 6, 7, og 8, pá verda sex, sio og átta og svo at merkia egg.

§. 10.

Pegar margar tolur skal samanleggia, eru eptirfylgiandi reglur adgættar:

1. R. Hver tala skrifaz út af fyri sig í línur, hver nidr undan annari, svo stafr standi rett undir staf, peim megin sem til hægri handar horfir, og ridr miog á, at einíng svari einingum, (edr peim, sem innibinda í ser einn nockrumsinnum) tugr tugum, hundrut hundrudum, púsund púsundum og svo fr. en pó talan gángi misjafnt fram til vinstri handar, vardar at eingu.

2. R.

2. R. Eptir þat talan er þannig med adgætni skrifud, gioriz fyri nedan allar töluradirnar eitt þverstrik, sem á at greina tölurnar frá summunni, er sett verdr þar fyri nedan.

3. R. Nú skal byria at leggia saman alla þá tölustafi, sem standa hverr uppundan ödrum næzt hægri hendi, og skrifa þeirra summu þar rett nidr undan; verdi hún þá meiri enn níu, svo at tvo stafi eda þriá þurfi at skrifa í einu, eru þeir lagdir til næztkomandi talnrada, svo at tigr leggiz til tiga, hundrut til hundrada, o. s. fr. þetta útskyrir allt enn betr hit 6ta dæmi Samlagningar §. 11. her á eptir.

4. R. Þegar svo er búit at samanleggia og skrifa summu radarinnar næzt hægri hendi, byriar madr á tugarödinni, sem þar kemr næzt, og brúkar sömu atferd, sídan á hundrada röd-inni, og sv. fr. þar til öllum röddunum er af-lokit, verdi þá summa radarinnar næzt vinstri hendi meiri enn 9. svo skrifa þurfi tvo stafi edr fleiri, eru þeir látnir ganga fram af öllum tölu-röddunum, sem leggiaz áttu saman.

§. 11.

Eptirfylgiandi dæmi syna liósara adferdina í Samanlagningu.

Fyrsta

Fyrsta Dæmi:

þúsund	hundrud	tígir	einíng	sú gefna tàla, sem leggiaz á saman.
1	2	3	4	
	5	6	6	
		2	1	
			3	
1	8	2	4	summa tølunnar.

1) Her segi eg: 3 og 1 eru 4 og 6 eru 10 og 4 eru 14, fióra (4) skrifa eg rett nidrundan þeirri samanløgdu tølurød, hvar serhver siffra merkir svo margar einíngar, sem hún siálf á-vísar, en hina fyrri óskrifudu, (nl. 1.) sem gildir vid 10, legg eg til tuga-radarinnar, og segi:

2) 1 (þat er at skilia tugr) og 2 eru 3 og 6 eru 9 og 3 eru 12 (sem nú merkia her ecki einsamla 12, heldr 12 tugi); þá 2 (nefnil. tugi) setr madr undir tuga-rødina, en hinir 10 tugir, sem framyfir eru og þyda eitt hundrat, leggiaz til hundrada radarinnar, því verdr nú sagt:

3) 1 (nl. hundrad) og 5 eru 6 og 2 eru 8 (nl. hundrut), sem skrifaz nidr undan hundrada rødinni, fyrst minni vóru enn 10.

4) 1, sem þýdir þúsund, og ei verdr lagdr saman vid adra tølu, þar hann stendr einstakr í fiórdu-edr þúsunda-rødinni, læt eg eins standa fremst í summunni. — Merk: at þessi summa 1824 er eins stór, og þar 4 gefnu tøluradir, sem lagdar vóru saman, hverjar í tilliti til summunnar, mega álítaz sem partar úr heilu, edr: at þær allar safnadar í eitt, framleidi þvílíka summu.

Annat Dæmi:

5642
307
21
5970.

Her er fyrst løgd saman aptazta rødin, sem gierir 10, er þá skrifat 0 en 1 lagdr til tugaradarinnar, hvar undir eru skrifadir 7, þridia rødin samanløgd verdr 9 hundrut, sem undir henni skrifaz, og hin fiórda 5 þúsund, sem í summunni verda fremst næzt vinstri hendi.

Merk: Núll edr Cero, sem her stendr í midtølunni þýdir eckert í þeirri rød, helldr er yfir hana hlaupit í Samlagníngu, og hún eykr einúngis merking þeirrar tølu, sem undan henni gengr sjá §. 3.

3ia Dæmi.	4da Dæmi.	5ta Dæmi.
1234	564	7890
123	1230	300
50	731	20
362	3252	5600
5671	234	354
7440	6011	14164

6ta Dæmi.

9
9
9
9
9
9
9
9
9
9
9
9
112
220

Fyrsta rødin er her 110. af þeim skrifa eg 0 en bæti 1 geymdum, sem merkir 10, til tuga-radarinnar, hvar eg skrifa 2, og 100 geymdum til hundrada radarinnar, hvar undir eg líka skrifa 2.

§. 12.

Þeim, sem læra vill at reikna, rídr stórum á, at ná gódum skilníngi á serhverju er honum verdr fyrilagt at gióra, hvers vegna honum ætti ætíd at vera sýnt og sagt um leid og hann reiknar, í hvada tilfellum hin edr þessi reiknings-atferd se brúkanlig, svo hann fái strax vitad, hverja helzt þeirra hann skuli nýta sér, því skal hann og sjálfr uppleita og útreikna lipur og þenanlig dæmi, hvar vid þeim, sem

lærir, eykst lyst til at fá æ meira og meira at vita og fullkomnaz í reikningslistinni.

Eptirfylgiandi dæmi syna í hverium tilfellum Samlagningu megi brúka, og skal sá sem lærir, sialfr uppsetia þau eptir undangengnum reglum, til at ná þeirri rettu summu.

I. Dæmi. Í sterfbúi nockru á eptirskrifat góts, til peninga reiknat, saman at leggia: í fridu 225 rd, í daudu 586 rd, í fasteign 660 rd, í láni hiá odrum 75 rd, hvad er summan? svar: 1546 rd.

II. D. Fim menn hafa innlagt í kaupstad uppá fiskatal minna vegna: hinn 1ti 86 fiska, 2ar 74 fiska, 3ie 120 fiska, 4di 361 fisk, 5ti 39 fiska, hvad mikit er alls innlagt? svar: 680 fiskar.

III. D. Einn giordi út sex skip til fiski abla, og eptir þat fyrsta feck hann 179 fiska-hlut, annat 231, þridia 285, fiórda 294, fimta 358, siotta 411. hvat mikit feck hann eptir oll skipin? svar: 1758 fiska.

IV. D. Einum, sem þóktiz gódr fiárhyrdir, vóru til voktunar fengnir 130 saudir; fyrsta daginn

daginn tyndi hann 28, annann 17, þridia 21, fiórda 23, fimta 13, siotta 9 og siounda 19. hvad margum hafdi hann tynt fyrstu vikuna? svar: 130, þat var allum.

§. 13.

Þat er og naudsynligt at sá, sem saman leggr, læri at giora þat fliótt, því þegar lengi er verit, at koma einni tolu saman vid adra og velta í huga ser, hvad summa tveggia gefinna talna verdi, gleymiz opt hin ádr fundna summa, sem í huganum er geymd, en átti med hinni nyvidbættu tolu til samanslegd at verda stærri; eg hefi þess vegna dæmt her í útlegd þat orda tiltæki þar til, er nockrir her í landi brúka í Samlagningu, hvar stórum ruglar og tefr fyrir þeim, er samanleggia, en sett í stadinn einsamalt og, og segi til dæmis: 3 og 2 eru 5, þar hinir segia: 3 og 2 þar til, eru 5, hverr ordafioldi ei brúkaz hiá útlendum, er þó betr kunna at reikna enn ver. At geta reiknat fliótt og rett, er naudsynligt fyrir alla, og því er þeim, sem þúngt veitir at vita summu einfaldra talna, þenanlig eptirfylgiandi tabla, sem læraz má utan ad.

Additións Tabla.

2 og	2	eru	4	5 og	5	eru	10
	3	—	5		6	—	11
	4	—	6		7	—	12
	5	—	7		8	—	13
	6	—	8		9	—	14
	7	—	9	—	—		
	8	—	10	6 og	6	eru	12
	9	—	11		7	—	13
3 og	3	eru	6		8	—	14
	4	—	7		9	—	15
	5	—	8	—	—		
	6	—	9	7 og	7	eru	14
	7	—	10		8	—	15
	8	—	11		9	—	16
	9	—	12	—	—		
4 og	4	eru	8	8 og	8	eru	16
	5	—	9		9	—	17
	6	—	10	—	—		
	7	—	11	9 og	9	eru	18
	8	—	12				
	9	—	13				

3. Kapituli.

Um Frádragníngu edr SUBTRACTIONEM.

§. 14.

At draga frá (ſubtrahere) er at finna þá tølu, ſem ſýni tveggia ójafnra talna rettann miſmun; edr med færri ordum: at draga minni tølu frá meiri. Tala ſú er dragaz ſkal frá annari meiri, kallaz á Látinu Subtrahendus edr frádragandi tala; hin ſtærri, frá hverri annur minni er tekin, heitir minuendus edr minkandi tala, og þat ſem þá eptir verdr af ſtærri tølunni, leifar edr miſmunr (reſiduum, differentia).

§. 15.

Sú minni tala (Subtrahendus), ſem frá annari meiri er tekin, løgd til leifanna edr miſmunarins (differentiæ), á ætíd at vera jafn vid minkandi tøluna (minuendum). Af þeſſu er audſed, at Subtractio edr frádragníng, er ſú adferd í reikníngi, med hverri finna má rettann miſmun á tveimur ójafnum tølum.

Frádragningar-merkit er — (minus) og þýdir fátt í edr færra, t. d. 4 — 1 = 3 þat er: 4, einum fátt í, edr einum færra, eru jafnir vid 3. o. sv. fr.

§. 16.

Þegar einhverja tölu skal draga frá annari, mega eptirfylgiandi reglur adgætaz:

I. Regla. Madr skrifar minni töluna undir þá meiri, á sama hátt og í Samlagningu og dregr strik fyri nedan.

II. R. Þá er byriat til hægri handar at taka nedri og minni töluna, frá hinni efri og stærri, en afgángrinn edr leifarnar, eru skrifadar fyri nedan strikit, svo einn standi undir einum, tugr undir tugum, hundrud undir hundrudum og sv. fr.

III. R. Nái efri línan lengra til vinstri handar enn sú nedri, skal tölustafina, sem afgánga, skrifa rett nidrundan sjálfum sér, fyri nedan strikit.

IV. R. Seu tölur í efri og nedri röd jafnar, hvert heldr þat eru núll edr merkiandi stafir, skal þar nidrundan skrifa einsamalt núll, en se núll í nedri röd, á stafinn í efri rödinni

at

at skrifa óbreyttann eins og hann er, því núll minkar engar tölur.

V. R. Se stafrinn í nedri línunni, stærri enn hinn í efri röd, frá hverium draga skal, edr se efri stafrinn núll, þá skal 1 lána af þeim næzta merkiandi staf fyri framan núllit, edr þann minni tölustaf til vinstri handar, merkir sá 10. og legzt til minkandi tölunnar (minuendum), því annars getr engin frádragning sked; en hiá stafnum, sem 1 var lánadr af, er púnktr settr til minnis þeim, sem reiknar, at sú siffra upp frá því merki einum færra edr — 1; se þá á milli þessa stafs, sem frá var tekit, og hinns er til var lagt, eitt núll edr fleiri, þá gildir hvert þeirra úr því vid 9.

Fyrsta dæmi, eptir fyrstu og annari reglu.

6789 minkandi tala (minuendus)
4325 frádragandi tala (subtrahendus)

2464 misinunr edr leifar (differentia).

Her segi eg: 5 frá 9 eru eptir 4, sem eg skrifa rett nidrundan 5 og 9. 2 frá 8 eru eptir 6, skrifa eg 6. 3 frá 7 eru eptir 4, skrifa eg 4. 4 frá 6 eru eptir 2, skrifa eg 2.

Annat dæmi, eptir þridiu reglu.

3456789
35216
3421573

Her verdr frádregit eins og í fyrifaranda dæmi, en 34, sem standa fremst í efstu rod, og eckert er lánat edr dregit frá, skrifaz þar nidrundan, sem þeir standa.

Þridia dæmi, eptir 4du reglu.

360795
200693
160102

Þrír frá 5 eru eptir 2. 9 frá 9 get eg ei tekit, þat eru jafnir stafir og gánga upp, því skrifa eg þar undir 0. 6 frá 7 er eptir 1. og 0 frá 0 get eg ei, skrifaz 0. núll dregr eckert frá 6. og því skrifa eg 6. 2 frá 3 er eptir 1.

Fiórda dæmi, eptir 5tu reglu.

6.0.0.7.0.5 8.6 9
245337687
354868182

Nú segi eg: 7 frá 9 eru eptir 2, 8 frá 6 get eg ei tekit, því lána eg 1 af 8, sem merkir 10. en set púnkt vid 8 til minnis og segi: 8 frá 16 eru eptir 8, 6 frá 7 (fyrst 1 er þadan ádr tekinn) er eptir 1, 7 frá 5 get eg ei, hlýt því

at

at taka til láns sem ádr, en med því núll er næzt, get eg eckert þadan lánat, heldr af næzta merkis-staf fyri framan, sem eru 7, og segi því: 7 frá 15 eru eptir 8; fyrst 1 var tekinn til láns af 10, sem stódu næzt vid 5, svo geta ei fleiri verit eptir enn 9, því segi eg: 3 frá 9 eru eptir 6; eins er farit át med þá stafina sem eptir standa og sagt: 8 frá 16 eru eptir 8. 5 frá 9 eru eptir 4. 4 frá 9 eru eptir 5. 2 frá 5 (því púnktrinn minnir mig á, at þadan se búit at lána 1), eru eptir 3.

Dæmi: sem syna í hvada tilfellum Frádragníngu megi brúka:

I. Dæmi, Einn Hershöfdíngi dró í hernad med 132000 manns á móti ödrum, sem ei hafdi meir enn 91000. var þeirra mikill lidsmunr? svar: 41000.

II. D. Þrír kaupmenn lögdu saman 32589 rd. í peníngum til kauphandlunar; þar af tóku tveir sinn hluta edr 11050 rd. hvat mikit var eptir, sem hinn þridie átti? svar: 21539 rd.

III. D. Hvört var árstalit, þá sá fæddiz, er sextúgr átti son þann, er sjötugr dó fyri áttatígir árum? þessar þriár tölur til samans lagdar verda 210, og þar teknar frá 1784. sem nú skrifaz, skilia eptir svarit: 1574.

IV. D.

IV. D. Í stoduvatni nockru utanlands, sem nefniz Heilbrunn, skal 1497 hafa fundiz fiskr, sem Danir kalla Gedde, á hverium var gullkedia med þessu letri: eg er sá fyrsti fiskr, hvern Fridr. II. let med egin høndum í þetta vatn Ao. 1230, dag 8. Octobr. hvat lengi hafdi fiskrinn verit í vatninu? svar: 267. ár.

Eptirfylgiandi toblu er ei óþenanligt at hynglingar læri edr kynni ser, svo þeir utanad fái því giørr vitat hverrar tolu mismun til lettirs í Frádragningunni:

Súbtractións Tabla.

9 frá	18	eru eptir	9	7 frá	14	eru eptir	7
	17	— —	8		13	— —	6
	16	— —	7		12	— —	5
	15	— —	6		11	— —	4
	14	— —	5		10	— —	3
	13	— —	4				
	12	— —	3				
	11	— —	2	6 frá	12	eru eptir	6
	10	— —	1		11	— —	5
					10	— —	4
8 frá	16	eru eptir	8				
	15	— —	7				
	14	— —	6	5 frá	10	eru eptir	5
	13	— —	5		9	— —	4
	12	— —	4		8	— —	3
	11	— —	3		7	— —	2
	10	— —	2		6	— —	1

4. Kapituli.

Um Margfoldun edr MULTIPLICATIONEM.

§. 17.

At margfallda (multiplicare) er af tveimur gefnum telum at uppfinna þridiu, fem innibindi í fer adra af þeim gefnu fvo opt, fem þin gefna talan innibindr einn edr einíngar; talan, fem margfaldaz á, nefniz á látínu multiplicandus, edr margfaldandi tala, þin med hverri margfaldat verdr multiplicator edr margfaldari, en bádar nefnaz þær til famans factores edr gigrendur, og talan, fem at var leitad, factum, productum, edr qvæfitum, þat er: þit fundna edr framleidda, til dæmis: vilie eg margfalda 3 med 2, þá leita eg at þeirri ókendu tolu, er innibindi 3, (fem þer eru fú margfaldandi tala multiplicandus) eins opt, og minn gefni margfaldari (multiplicator nl. 2,) innibindr einn; þit framleidda (productum) verdr 6, fem í fer felr 3 edr þinn ftærra gigrandann, eins opt, og þinn minni gigrandi 2 ágvedr, þat er: tvifvar. — Af þeffu er multiplicatio edr margfaldan, fú adferd í reikn-

reikningi, med hverri finna má próduct af tveimr giørendum; hennar merki er ⋉ edr og einsaman púnktr ., sem setz á milli giørendanna, til dæmis: 5 ⋉ 3 = 15. edr 5 . 3 = 15. Þat er í báðum stodum hit sama og sagt væri: at 5, margfaldadir med 3, væru jafnir vid 15 edr gæfu 15 í próduct.

§. 18.

Margfaldan er ecki annat enn opt itrekut samlagning einnar og sømu tølu vid hana siálfa, til dæmis: hvort helldr eg margfalda 5 med 4, og segi: 4sinnum 5 eru 20, edr skrifa 5, 4sinnum í rod, hverja nidrundan odrum, og legg sidan saman, fæ eg summuna 20 eins stóra, og eg ádr feck próduktit; í þessu dæmi gefr margfaldarinn til kynna med odrum ordum, at finna egi summuna af 5, fiórum sinnum til samans løgdum; af því er og audskilit, at jafngott se þó giørendunum se umbillt, því hvort eg segi: 5 sinnum 4, eda 4sinnum 5, verdr samt próduktit eins og fyrri 20.

5
5
5
5
20

§. 19.

Þegar einhverja tølu á at margfalda med annari, má þetta einkum adgætaz:

1) Á margfaldandi tølu (multiplicandum) skal skrifa í einni rod, frá vinstri til hægri handar, en undir þeim seinuztu siffrum í rodinni

inni næzt hægri hendi margfaldarann (multiplicatorem), allt eins og adrar tölur í undangengnum höfutgreinum, hvar undir síðan er dregit þverstrik.

2) Efri röðina skal til enda margfalda með næzta staf við hægri hönd í nedri línunni, og þóduktit edr þá fengnu tölu skrifa fyri nedan strikit rett nidrundan þeim staf, sem margfaldat var með.

3) Þegar svo er búit at margfalda með hinni fyrstu siffru í margfaldaranum, er yfir hana dregit skákstrik, en byriat með hina tölustafina, sem næzt fyri framan eru, hvern eptir annann þar til allir eru búnir á sama hátt, sem sagt er um hinn fyrsta; þat sem framkemr skal svo skrifa, at aptazta siffran standi rett undir þeirri, sem margfaldat var með, en hinar gángi frameptir; verða þá eins margar töluradir hvör nidr undan annari, og stafir í margfaldaranum. Af því verdr og sú fyrsta siffra til hægri handar í annari línunni, undir tugaröðinni, hin fyrsta af þridia þódúkti undir hundrada-röðinni, af fiórda undir þúsunda röðinni, svo at hver línan gengr jafnan fram af annari til vinstri handar.

4) Þurfi

4) Þurfi þá tölu, sem margfölduð er, at skrifa með tveimr tölustöfum, sem opt ber við, þá skal eins og í samlagníngu, skrifa þann stafinn, sem nær er hægri hendi, en leggia hinn geymda við pródúktit af næzta staf margfaldarans.

5) Se núll í margfaldara, þá skal annathvert hlaupa yfir þat, edr skrifa rett niðrundan sjálfu sér fyri nedan strikit, og byria svo strax at margfalda með næzta merkisstaf til vinstri handar.

6) En seu núll við endann á edrum hverium gigiranda edr og báðum, svo þarf ei annat, enn setia þau aptan við pródúktit af merkistölunum, sem fyrst ega at margfaldaz saman.

7) Verði tvær edr fleiri radir, úr þeim framleiddu tölum, skal leggia þær saman, og verdr þá summan hit retta pródúkt, sem að var leitat.

Fyrsta dæmi, eptir fyrstu og annari reglu:

gigirandi { margfaldandi tala = 2343 multiplicandus
margfaldari . = = = 2 multiplicator } factores

sú fundna edr framleidda tala } = 4686 productum, fact: qvæsit:

Her segi eg: tvisvar 3 eru 6, skrifa eg 6 niðrundan 2 og 3, tvisvar 4 eru 8, skrifa eg 8 niðrundan

niðrundan 4, tvisvar 3 eru 6, skrifa eg 6 undir 3, tvisvar 2 eru 4, skrifa eg 4 undir 2.

Annat dæmi, eptir þriðju fiórðu og siöundu reglu:

34567
4382
69134
172835.
103701..
138268...
150435584

Nú segi eg: tvisvar 7 eru 14, skrifa eg 4 undir 2 en geymi 1, tvisvar 6 eru 12 og 1 geymdr (sem eg nú legg til) eru 13, skrifa eg 3 og geymi aptr 1. tvisvar 5 eru 10, og 1 geymdr eru 11, skrifa eg 1 og geymi 1, tvisvar 4 eru 8, og 1 geymdr eru 9, skrifa eg 9, tvisvar 3 eru 6, skrifa eg 6. Þegar svo er búit at margfalda alla rødina med seinazta staf margfaldarans, er eins farit at med ødrum, þridia og fiórða tolu-staf, unz øllum er lokit, og er hvers pródúkt, skrifat niðrundan hverium staf í margfaldara, eptir þridiu reglu, eins og her er giørt. Af øllum þeim tolum til samans løgdum, verðr lokssins summan 150435584, þat pródúkt, sem eg eptirleitadi.

Þridia dæmi eptir fimtu reglu:

1234
205
6170
2468..
252970

Her er hlaupit yfir núll (annann staf margfaldarans) en farit at margfalda med 2, hverra pródúkt skal sett þar nidrundan.

Fiórda dæmi eptir sømu reglu:

364523
2004
1458092
72904600.
730504092

Her eru núllin skrifud hvert í sínu rúmi, svo er margfaldat áfram med næzta tølustaf at framan, eptir fyrrgreindu, sem allt kemr nidr í sama stad.

Fimta Dæmi eptir siettu reglu:

50	5	500
4	400	40
200	2000	20000

þetta dæmi hygg eg svo lióst eptir reglunni, at ei þurfi frekari útskyringar vid

§. 20.

§. 20.

Þegar sagt verdr í fiórdu reglu: at geyma skuli siffruna, sem næzt er vinstri hendi, þá tvær eru, og leggia vid pródúktit af næzta staf margfaldarans, er þó ei meiníngin, at talan verdi ei med ødru móti margfoldud, helldr er sú adferd hvad sliótuzt og þenanlegust, þó hin, sem her verdr med ødru móti sýnd, se eins rett; eg vil uppsetia sama dæmi á hvørutveggia hátt:

3456	3456
4	4
13824	24
	200
	1600
	12000
	13824

Í fyrra dæminu fer eg at, rett eptir reglunum, í hinu seinna geymi eg eckert, helldr skrifa serhvers stafs fullkomna pródúkt, hvert fyri nedan annat, en þegar eg legg þau øll saman, verdr þó summan ein og hin sama; her er einúngis athugandi, at 20 í annari rød sem er pródúktit af 5 og 4, merkia ei lengr einsamla 20, helldr 200; eins 16 í þridiu rød, 1600, og 12 í fiórdu rød, 12000, vegna þess at hit einfalda pródúkt af serhverium staf, gengr lengra

fram um einn reit til vinstri handar. Þessi adferd er ecki svo til eptirbreytnis framsett, sem hins, at gefa þeim, sem nema vill, gódann skilning, sem mest á ridr, og roksemdir fyrir ollu því, sem honum er kennt.

§. 21.

Séu fleiri siffrur í margfaldara, enn í hinum giørandanum, þá má til hægdar þeim, sem reikna, umbillta giørendum. til dæmis: ef 25 ættu at margfaldaz med 356, þá margfalda eg heldr 356 med 25, því giørendr í sfugri ordu, gefa eitt og hit sama pródúkt

356	25
25	356
1780	150
712	125
8900	75
	8900

§. 22.

Þegar margfaldarinn er 10, 100, 1000, og svo. fr. þá er audskilit, at ei þarf annat, enn bæta eins mørgum núllum og í honum finnaz, vid hinn giørandann edr multiplicandum, (því 1 margfaldar ecki) eykst vid þat stærd og gilldi hans eptir því, sem núllin eru mørg. til dæmis: 96 margfaldadir med 10, giøra 960,

med

med 100, 9600, og margfaldadir med 1000, verda þeir 96000, og svo framv.

Dæmi, sem sýna hvenær Multiplicatio megi brúkaz:

I. Dæmi: Skip nockurt, af hverju skipt var í 12 stadi, feck á vetrar vertíd 360 fiska hlut, hvad margir fiskar hefdu á skip dregiz í alla hlutina? svar: 4320 fiskar.

II. D. Hvat margir møskvar eru alls í því neti, sem heldr 3560 møskva at leingd, en at breidd edr dýpt 24. møskva? svar: 85440 møskvar. Her eru 3560 margfaldadir med 24, þat er leingd med breidd, og kalla reikningsmeistarar þat, at multiplicera qvadratice, edr at margfalda í ferhyrning.

III. D. Eins er farit at, þó leingd og breidd se hin sama, til dæmis: eyrisvøllr skal vera 30 fadmar á 4 vegu; nú vil eg vita: hvad margir ferhyrndir fadmar eru í heilum eyrisvelli? svar: 900 fadmar; eg margfalda her leingd med breidd edr 30 fadma med 30, og fæ 900.

IV. D. Hvad margar mínutur eru í almennu ári? svar: 525949 mínútur, og er þá árid fyrst giørt at 365 døgum, dagarnir margfaldadir med 24, at 8760 tímum, tímarnir,

margfaldadir med 60, at 525600 mínútum; en þar ed þetta ár hefir alls 365 daga, 5 tíma og 49 mínútur, þá giori eg 5 tíma eins at mínútum og fæ 300, bæti þarvid 49 mínútum, en legg summuna 349 vid þær ádr fengnu mínútur, verda þá loksins 525949 mínútur alls í árinu.

V. D. Hvad margir fadmar eru í þingmanna leid? svar: 20000 fadmar; þingmannaleidin er giord at 5 þýzkum mílum, 5 þýzkar mílur at 20 volskum, 20 valskar at 20000 fødmum, því hver velsk míla er 1000 fadmar; annars kann madr í einn at giora þenna reikning, og margfalda hveria þýzka mílu, sem er 4000 fadmar, med 5 (því svo margar mílur eru í þingmannaleid), edr og margfalda eina valska, sem er 1000 fadmar med 20, svo fæst hit sama pródúkt.

Þessi morgu reikníngs dæmi, ega annars at þiena til skilníngs og ídkunar vidvaníngum.

Eptirfylgiandi margføldunar tøblur, þarf vel at læra utan ad, því þeirra þarf vid, bædi í margføldun og deilíngu; sú minni er øldúngis ómissandi, en hin sídari nytsamlig:

Minni

Minni Tablan, sem kallaz TABULA PYTHAGORICA.

2 sinnum	2	eru	4	5 sinnum	5	eru	25
	3	—	6		6	—	30
	4	—	8		7	—	35
	5	—	10		8	—	40
	6	—	12		9	—	45
	7	—	14		10	—	50
	8	—	16	6 sinnum	6	eru	36
	9	—	18		7	—	42
	10	—	20		8	—	48
3 sinnum	3	eru	9		9	—	54
	4	—	12		10	—	60
	5	—	15	7 sinnum	7	eru	49
	6	—	18		8	—	56
	7	—	21		9	—	63
	8	—	24		10	—	70
	9	—	27	8 sinnum	8	eru	64
	10	—	30		9	—	72
4 sinnum	4	eru	16		10	—	80
	5	—	20	9 sinnum	9	eru	81
	6	—	24		10	—	90
	7	—	28	10 sinnum	10	eru	100
	8	—	32				
	9	—	36				
	10	—	40				

Stærri Tablan.

2	sinnum	12	eru	24
3	—	—	—	36
4	—	—	—	48
5	—	—	—	60
6	—	—	—	72
7	—	—	—	84
8	—	—	—	96
9	—	—	—	108

2	sinnum	13	eru	26
3	—	—	—	39
4	—	—	—	52
5	—	—	—	65
6	—	—	—	78
7	—	—	—	91
8	—	—	—	104
9	—	—	—	117

2	sinnum	14	eru	28
3	—	—	—	42
4	—	—	—	56
5	—	—	—	70
6	—	—	—	84
7	—	—	—	98
8	—	—	—	112
9	—	—	—	126

2	sinnum	15	eru	30
3	—	—	—	45
4	—	—	—	60
5	—	—	—	75
6	—	—	—	90
7	—	—	—	105
8	—	—	—	120
9	—	—	—	135

2	sinnum	16	eru	32
3	—	—	—	48
4	—	—	—	64
5	—	—	—	80
6	—	—	—	96
7	—	—	—	112
8	—	—	—	128
9	—	—	—	144

2	sinnum	17	eru	34
3	—	—	—	51
4	—	—	—	68
5	—	—	—	85
6	—	—	—	102
7	—	—	—	119
8	—	—	—	136
9	—	—	—	153

2	sinnum	18	eru	36
3	—	—	—	54
4	—	—	—	72
5	—	—	—	90
6	—	—	—	108
7	—	—	—	126
8	—	—	—	144
9	—	—	—	162

2	sinnum	19	eru	38
3	—	—	—	57
4	—	—	—	76
5	—	—	—	95
6	—	—	—	114
7	—	—	—	133
8	—	—	—	152
9	—	—	—	171

5. Kapituli.

Um Deilíngu edr DIVISIONEM.

§. 23.

At skipta edr deila (dividere) er af tveimur gefnum tolum at finna þá þriðju, sem sýni hversu opt onnur gefna talan se innibundin í hinni; þat er med odrum ordum: at komaz at, hvesu opt sama gefin tala, verdi dregin frá annari gefinni, og nefniz þá, í þessari reikníngsgrein, sú talan deilandi (dividendus), frá hverri draga skal, en hin, sem frá skal dregin svo opt sem verdr, deilir (divisor); se nu deilanda þannig skipt í svo marga stadi, sem deilirinn áviser, þá gefr hin ókunna tala, sem vid þat finnst, til vitundar, hvat margir komi í hvern hluta, og nefniz því hluta-tala edr qvóti (qvotus, qvotiens), sem einnig sýnir, hversu opt at deilirinn innibindiz í deilánda, verdr þat eins opt, og hluta-talan hefir margar einíngar; þess vegna er

Divisio edr deilíng, sú adferd í reikníngi, med hverri finna má rettann qvóta edr hluta-tölu af tveimur gefnum tolum. — Deilíngar-merki er : til dæmis, 18 : 6 þat er at 18 egi at

ſkiptaz í 6 ſtadi. Í deilíngu rita menn ſtundum tölurnar eins og brot, ſvo at deilandi ſe fyrir ofan, en deilir nedan ſtrikit, t. d. $\frac{18}{6}$, ſem er hit ſama.

§. 24.

Hvør ſú tala, ſem innibindz nockrum ſinnum í annari, er ætíd gíørandi þeirrar tölu, til dæmis: 5 margfaldadir med 3, gefa 15 í próduct; en bædi 3 og 5 innibindaz nockrum ſinnum hverier fyri ſig í 15, hverra gíørendr þeir og eru; þeſs vegna má deilanda (dividendum) álíta eins og próduct, hvørs gíørendr (factores) væri deilirinn (diviſor) og hluta-talan (qvotus), er hún þvi líka ætíd eins opt ſamanløgd vid ſiálfa ſig í deilanda, og margopt er einn í deilir; þvi vilie eg nú aptr deila 15 med 3, fæ eg 5 í hlut, og þeſsi hluta-tala 5, innibindz 3ſinnum í deilandanum 15, allt eins og deilirinn 3 innibindr 3 einíngar; ſømuleidis hefir deilandinn 15 deilirinn 3, fimſinnum í ſer, eins og qvótinn 5 einíngar; og lokſins: ef eg margfalda deilir og qvóta ſaman, edr 5 med 3, fæ eg aptr minn forna deilanda 15, ſem eg þeſsvegna álít eins og próduct, en 5 og 3, ſem þeſs gíørendr; af þeſſu er audſkilit:

At

At Divisio er ecki annat enn itrekut Frádraguing einnar og semu tolu frá annari, því hvert heldr eg skipti 20 med 5, og segi: 5 í 20 hesi eg 4sinnum, (því 4sinnum 5 eru 20) edr eg dreg 5, 4sinnum frá 20 hvad eptir annat, kemr þó allt í sama stad nidr. t. d.

frá 20
dreg eg 5(í 1ta sinn
eru eptir 15
þar frá dreg eg 5(í 2at —
eru eptir 10
dreg eg frá 5(í 3ia —
eru eptir 5
dreg eg frá 5(í 4da —
er 0 eptir.

§. 25.

Vid deilingu eru þessar reglur athugandi:

I. Regla: deilandi er skrifadr í einni línu rett áfram, fyri framan hann til vinstri handar er deilir, en aptan vid til hægri handar, er ætlad rúm fyri qvótanum edr hlutatølunni, og deilirinn ásamt qvótanum, eru med 2 bognum strikum edr hálfhringum)(afmarkadir frá deilanda.

II. R. Se deilir einúngis einn tolustafr, er adgætt hvad opt deilandans fremstu siffru til vinstri

vinstri handar, verdi med deilirinum sundr-skipt, edr hvad opt hann se þarí fólginn, en se hun þá minni enn deilirinn, þá er athugat, hvat opt hann verdi hafdr í tveimur fyrstu tölum deilandans, og skal eptir því afskera eina edr tvær siffrur af deilanda med litlu striki, og sídan eina hvad eptir, verdr þá hin sundna tala, sú fyrsta í hlut, sem og skal skrifud fyrst í qvótann.

III. R. Med þeim fengna qvóta skal margfalda deilirinn, og pródúktit draga frá þeirri tölu, sem sundr er skipt, en leifarnar skrifa fyri nedan strikit eins og í frádragníngu, vid þær er bæst til hægri handar, næzta tölustaf deilandans, og sídan er aptr at nýiu adgætt, hvad opt deilirinn nú megi her af taka, hvad skrifat er í qvótann, er þessi sundna tala margfoldut í hvert sinn med deilirnum, og dregin frá deilanda, leifarnar skrifadar og ein siffra ætíd flutt nidr, edr vidbætt og afmerkut med litlu striki, sem ætíd minni á, hvad lángt se komit med deilínguna, unz öllu er lokit, og er þá qvótinn allr fenginn.

IV. R. Se meir enn ein tala í deilir, er ei strax audsed, hvad opt hann innibindiz í deil-

and-

andans fyrstu siffrum, sem med honum egu at sundrskiptaz, því er athugat eptir margfoldunar tøblunum, sem ádr se búit vel at læra, hvad opt þat verdi, til dæmis: sem deilandans fremsiu tølur 64, sem skipta egi med 12, se eg at 6sinnum 12 eru 72, sem er ofmikit, en 4sinnum 12 eru 48, sem er oflitit, eg hefi þat því 5sinnum, því 5sinnum 12 eru 60 gánga af 4. at því búnu, er vid leifarnar bætt einum staf deilandans hvad eptir annat, þar til kemr at seinazta staf í deilanda vid hægri hønd, er þá búit at skipta og qvótinn fenginn.

V. R. Beri svo vid, at þeir stafir, í deilanda, sem skiptaz egu, seu minni enn deilir, er núll skrifat í qvóta, en einn stafr deilandans sluttr nidr.

VI. R. Gángi nockut seinazt af deilanda, sem minna er enn deilirinn, skal þat skrifat aptan vid hluta-tøluna, og þar undir giørvallr deilirinn, en á milli þessara talna lítit þverstrik, sem bædi í arithmetíka og algebra brúkaz jafnan fyri deilíngar-teikn (§. 23) svo þá kemr fractio edr brot aptazt í hlut.

VII. R. Se deilirinn 1 med einu edr fleiri núllum, þá finzt af deilanda rettr qvóti,

ef

ef af honum eru teknir, svo margir stafir til hægri handar, sem núll eru í deilirnum, afgángs-stafirnir skrifaz aptan vid qvótann og undir þá deilirinn, eins og hver annur brotin tala.

VIII. R. Se bædi í enda deilirs og deilanda núll, þá má skera jafnmorg núll aptan af hverium fyri sig til at stytta verkit, en sidan er halldit áfram med deilínguna, og verdr hluta-talan fyri þat jafn-mikil.

Merk: Þat sem mest er vandasamt í deilíngu er at geta sliótlega fundit rettann qvóta í hvort sinn; en til þess, at vita megi, hvert hann se rettr, skal þetta tvent serdeilis athuga:

1) deilirinn margfaldadr med qvótanum, má alldrei gefa stærra pródúkt, enn þeir stafir deilandans, hverium sundr var skipt.

2) Leifarnar, sem frem kynnu at koma vid frádragníngu, megu ei stærri vera enn deilirinn.

I. dæmi eptir fyrstu annari og þridiu reglu, þegar deilirinn má hafa strax í fyrstu tölu deilandans:

Divi-

Divisor deilir 3 | dividendus deilandi 7,6,9,8, | qvotus 2566 hlutatala

6 . . .

16 . .

15 . .

19 .

18 .

18

18

00

Her se eg at eg get skipt fyrsta staf deilandans nl. 7 med deilirnum 3, afmarka því strax 7 frá deilanda med litlu striki, svo eg ei hafi fleiri stafi fyri mer í einu, og segi þessvegna: 3 í 7, hefi eg 2ar, skrifa eg 2 í qvóta, síðan margfalda eg qvótann 2 med deilirnum 3 og segi: 2sinnum 3 eru 6, þessa 6 edr deilirinn tvøfaldadann, set eg undir 7 og dreg frá, er eptir 1, sem eg skrifa fyri nedan strikit; nú tek eg fyri mig annann staf deilanda, sem eru 6, afmarka þá, sem hinn fyrsta, og set nidr til 1, sem afgeck, og segi nu: 3 í 16 hefi eg 5sinnum, skrifa eg 5 í qvóta og margfalda þá med deilir minum og segi: 3sinnum 5 eru 15, þeir dregnir frá 16, er eptir 1. Pridie stafr deilanda er 9, sem eg afmarka og set nidr, og segi síðan: 3 í 19 hefi eg 6sinnum, skrifaz 6 í qvóta og margfaldaz med deilirnum 3, pródúktit verdr 18, sem dregit skal frá hinum seinazta deilanda 19, verdr þá 1 eptir; loksins flyt eg 4da staf, sem eru 8, nidr til leifanna; í 18 sem þar af verda, get eg nú haft

minn

minn forna deilir 6sinnum og skrifa þá í qvótann, þessa 6 margfalda eg, sem fyrri, með 3 og fæ 18, sem dregnir frá hinum efri 18, skilia eckert eptir; nú er sú deiling á enda, og verðr deilirinn 3) hafðr í deilandanum 7698 (2566sinnum, sem er rettreikn- uð hluta-tala.

II. dæmi, eptir sömu reglum, verðr þá at hafa deilirinn í þeim 2ur fyrstu tölum deil- andans:

```
5) 16,4,5 (329
   15 . .
   ------
      14 .
      10 .
   ------
        45
        45
   ------
        00
```

Nú get eg ei haft deilirinn 5 í deilandans fyrstu siffru 1, verð því at afmarka tvær hinar fyrstu, ul. 16, í hverium eg hefi deilirinn 3sinnum, hvað eg skrifa í qvóta, og margfalda þá með 5, sem eru minn deilir, dreg próduktit frá deilandanum, og brúka síðan sömu atferð og áðr, til enda.

Svo þetta skiliez því betr, vil eg hér sýna á næzta dæmi, hvernig deilandanum megi sundrskipta í parta, af hverium serhverr á aptr at skiptaz með sama deilir 5.

a)

a) 1500 eru nú fyrsti partr deilanda, í hverium deilirinn 5 má hafa = = 300 sinnum
b) 100 er annar partr deilanda, í honum má deilirinn 5 hafa = = 20 —
c) 45 er þridie partr deilanda, þar í er deilirinn 5 hafdr 9 —

1645 deildir med 5, gefa = 329 í hlut.

med þessu móti kemr upp sami deilandi og sama hluta-tala; eins má skipta sömu tölu í þúsundir, hundrud, tugi og einingar, og sídan aptr hverium fyri sig med deilirnum 5, til dæmis: 1000 + 600 + 40 + 5 = 1645; af hverium eg þá fæ í qvóta 200 + 120 + 8 + 1 = 329; adderi eg öllum deilandans pörtum saman, eptir því sem samlagningar merkit (+) býdr, fæ eg summuná 1645, og af qvóta-pörtunum fæ eg eins sömu summu 329. Af því at þessi adferd er lengri, þá eru núllin ei uppsett vid hvern staf deilandans, jafnvel þó hún se vidvaningum í fyrstunni ecki sídr skilianlig.

III. dæmi, eptir fiórdu reglu:

12) 6 4,9,2 (541
60..
49.
48.
12
12
00

Eptir multiplikatións töblunum sie eg at 12 verda hafdir 5sinnum í 64; skrifa eg því 5 í qvóta, margfalda med þeim deilirinn og dreg frá deilandanum, gánga þá af 4, sem settir eru fyri nedan strikit, og vid þá bætt næzta staf deilandans, sem eru 9, svo verda þar af alls 49, sem aptr ega at skiptaz med sama deilir 12, í 49 hefi eg 12 4sinnum, því 4sinnum 12 eru 48, sem dregnir frá 49, skilia 1 eptir, til hanns ern 2, edr seinazti stafr deilandans lagdr, verda þar af 12, en 12 í 12 hefi eg einusinni, sem gengr upp.

Áldferdin at dividera med stórum deilir, er hin sama og þó minni edr lítill se, en meiri vandi og fyrihøfn er þá at finna, hvørsu opt deilirinn innibindiz í deilandanum, þó þegar ei er at skipta nema med einni siffru, bráka menn einúngis til hiálpar þá minni margfoldunar töblu, sem strax sýnir, hvad opt deilandi innibindi í ser deilirinn; en egi at skipta med 2 edr fleiri tölu-støfum, sýnir stærri tablan hverr at se qvótinn allt eins fliótt, sem þá er mikill lettir; at sønnu geta menn hiálpaz nægiliga vid minni töbluna í øllu, sem fyrikemr í deilíngu, en fliótar getr sá reiknat og med minni fyrihøfn, sem bádar hefir lært, og auk þessa reiknat þat margt í huga ser, sem hinn verdr at giora med krít edr penna.

IV.

IV. dæmi eptir fimtu reglu:

62) 6 3,8,6 (103
62. .
---
1 8 6
1 8 6
---
0 0 0

Her hefi eg 62 í 63 einusinni, og gengr 1 af, vid hann bæti eg 8 edr þridia staf deilandans og verda þá 18; 62 í 18 get eg ei haft, skrifa því núll í hlut og flyt nidr fiórda staf deilandans, sem eru 6, verda 186, þar í get eg haft deilirinn 62 þrisvarsinnum, sem eg því margfalda med 3, en set þródúktit undir 186, dreg sídan frá, og finn at eckert verdr eptir.

V. dæmi eptir siettu reglu:

43) 8 9,7,6,4 (2087$\frac{23}{43}$
86. . .
---
3 7 6.
3 4 4.
---
3 2 4
3 0 1
---
2 3

Þegar her er búit at deila 89764 med 43 gánga af 23, sem aptan vid qvótann eru settir, fyri nedan þá er dregin lítil þverlína, og þar undir skrifadr deilirinn 43, eins og dæmit sýnir.

VI. dæmi eptir siøundu reglu:

100) 9674|51 (9674$\frac{51}{100}$

Her sker eg tvo stafi aptan af deilandanum nl. 51, sem verda at brota-tølu, en deil-

andans fiórar fremstu tolur koma óskertar í hlut, hiá hverium brotit 51 skal skrifa, og undir því deilirinn 100. Sumir setia þetta odruvísi upp, til dæmis:

$$\begin{array}{l} 967451 \\ 1 \quad 00 \end{array} \quad (9674\tfrac{51}{100}$$

Þessi adferd er eins góð, því núllin sýna optuztu stafina, sem verda at brota-tölu, en fremsti stafr deilirs, hvad margir stafir deilandans egi at koma óumbreyttir í qvóta, (þar ecki verdr skipt med 1) þat er: eins margir, og siffrurnar eru, sem ganga fram af núllunum.

VII. dæmi eptir áttundu reglu:

$$\begin{array}{l} 45|000)\ 3\,0\,1{,}5|0\,0\,0\,(67 \\ \quad\ 2\,7\,0\,. \\ \quad\ \overline{\quad 3\,1\,5} \\ \quad\quad\ 3\,1\,5 \\ \quad\ \overline{\quad\quad 0\,0\,0} \end{array}$$

Af því her eru tekin 3 núll af deilirnum, þá skal eins morg taka af deilanda, svo nú skipti eg einúngis med 45, í stadinn fyri 45000, og deilandinn, sem í fyrstunni var 3015000, verdr nú 3015, en qvótinn 67, hvort núllin eru til hlýtirs ádr afnumin, edr ecki.

§. 26.

Til eru þeir reikníngs-meistarar, sem vilia at deilir standi aptan vid deilanda, en fyri ofan qvótann, frá hverium hann se adgreindr med litilli þverlínu, eins og þá brota-

tala

tala er skrifut; orsökin er: at þeim þykir hægra at margfalda deilir med qvóta, þegar hver talan stendr hiá annari, heldr enn at hlaupa med augun á bádar hlidar vid deilandann, og er þat at vísu satt; sú ádrsyhuda adferd er at sönnu nú mest brúkanlig, en þó vil eg eingu at sidr mæla fyri þessari:

deil 3 4,3,2 med | 26 sem er deilir, koma
26 . . | 132 í qvóta

8 3 .
7 8 .
5 2
5 2
0 0

deilirnum
deil 2 3 8,9,6 med | 212 koma
2 1 2 . .
2 6 9 .
2 1 2 .
5 7 6
4 2 4
1 5 2
112 152/212 í hlut

§. 27.

Sú adferd, sem nockrir enn nú brúka, at setia deilirinn undir deilanda, og strika út vid hvern staf, er kemr í hlut, skrifa sidan at uhiu, og flytia þá um einn reit til hægri handar, tekr smámsaman af at leggiaz, því bædi er hún seinligri og líka ruglingsligri; se deilirinn hafdr einhverjusinni rángt í deilandanum, er ei svo hægt at lagfæra villuna, því allir stafirnir standa

í einni þyrpingu, svo ei sjez audvelldliga, hvert villan er seint edr snemma í deilingunni; en se hin adferdin brúkud, sjez þat strax, þar deilirinn er serílagi margfaldadr med serhverium staf, sem kemr í hlut, og dreginn frá deilanda, hvern þá ecki helldr þarf at skrifa nema einusinni, og eckert út at strika.

§. 28.

Til at fá fliótt og rett dividerat, einkum mikilli tölu, sem torvelldazt veitir, má og ádr enn deilt er, tilbúa töblu, sem sýni strax hvad opt deilir megi hafa í deilanda, af henni sjez og hvad pródúktit verdi, þegar deilirinn er margfaldadr med serhverium staf í qvóta, svo eckert þarf annat at gjora, enn skrifa qvótann og þetta pródúkt undir deilandann umþeinkingarlaust, og draga þat sídan frá deilandanum, er því sú adferd, hjá ollum reikníngs-meistrum, í miklu afhalldi. Töbluna skal svo tilbúa:

1) Skrifa eg 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, í rød, hvern stafinn upp undan ödrum.

2) Til hægri handar vid þá er dregit lángstrik, sem nái rúmliga frá ödrum enda stafaradarinnar til hinns.

3) á

3). á milli stafanna eru dregin þver-strik, sem ná skulu til hægri handar svo lángt, sem þurfa þykir, hefi eg þá fengit 9 aud rúm til hægri handar, rett út frá þeim 9 ádrnefndu stöfum, sem láng-strikit afmarkar; má svo öll þessi strik innibinda í einum ferhyrning.

4) í efsta rúmit hvar 1. stendr út frá, er skrifadr deilirinn einfaldr, í annat rúmit, þar fyri nedan, út undan 2 tvöfaldr deilirinn, undan 3 þrefaldr, undan 4um fiórfaldr, og sv. fr. unz full eru skrifut öll rúm töblunnar, er hún þá at öllu búin; í þeirri töblu má ávallt sjá, hvad opt deilirinn, sem í efsta rúmi stendr, verdi hafdr í deilanda, því sú tala, sem jöfn er edr næst fyri nedan deilandann, er sú, sem eg vil finna; en vid enda hennar til vinstri handar, stendr talan, sem í hlut á at skrifa, þarf því ei annat at gióra, enn taka qvótann margfaldadann í serhvert sinn, úr töblunni og draga frá deilandanum.

Merk: at ein og hin sama tabla ecki stodar vid margar edr ólikar tölur, nema deilirinn se hinn sami, til dæmis: þessi tabla er einúngis giörd til hiálpar og lettirs vid láungar tölur, sem deila ætti med 2468; af því hlýtr tablan ætíd at vera giörd af þeim deilir

1 føldum, 2 føldum, 3 føldum, 4 føldum, o. sv. fr. sem með á at deila, edr ønnur ný eptir honum at tilbúaz.

deil 1577052 með 2468
verda þá 639 í hlut.

Tablan.

1		2	4	6	8
2		4	9	3	6
3		7	4	0	4
4		9	8	7	2
5	1	2	3	4	0
6	1	4	8	0	8
7	1	7	2	7	6
8	1	9	7	4	4
9	2	2	2	1	2

dæmit uppsett:

15770,5,2	2468
14808..	639
9625.	
7404.	
22212	
22212	
00000	

Vegna

Vegna þess at fyrsta siffra í deilirnum er hær stærri enn sú fyrsta deilandans, verd eg at skera 5 stafi af deilanda, og leita í töblunni, hvad opt deilirinn verdi þar í hafdr, sie eg at þat getr ei sked optar enn 6sinnum, því sú tala, sem útundan 6 stendr í töblunni, gengr næst þeim 5 sidstum deilandans, sem eg tók fyri mig, skrifa eg þessvegna 6 í qvóta, en dreg 14808, sem 6 vísa mer á í töblunni, frá deilandanum, verda 962 eptir, vid þá bæti eg 5, edr 6ta staf deilandans, og leita at nýju í töblunni, hvad opt deilirinn liggi þar í, sem er 3sinnum, skrifa eg 3 í hlut, en dreg 7404, sem undan 3 standa, frá deilandanum, verda eptir 2221; þar vid bæti eg 2, edr seinazta staf deilandans, og leita mer at qvóta í töblunni, sem verdr 9, hann skrifa eg, og dreg eptir töblunni 22212 frá minum seinazta deilanda, sem gengr rett upp.

Merk: Adferd í deilingu er hær öll hin sama, og sýnd hefir verit, en tablan er til mesta lettirs í því at geta strax fundit qvótann, og pródúktit af serhverium qvóta og deilirnum, þótt talan se alldrei svo mikil.

§. 29.

Eins og deiling (divisis) og margföldun (multiplicatio) þiena hver annari til prófunar, sem sidar mun sýnt, þá eru þær líka hver annari gagnstædar, nema þegar med 1 er deilt edr margfaldat, því vid þat umbreytiz talan alls eckert, til dæmis: $8 \times 1 = 8$, og $8 : 1 = 8$,

Þat er, sem talna merkin vetta: at 8 margfaldadir med 1, verda ei meir enn 8, og 8 deildir med 1, allt eins 8; þar á mót, ef eg margfalda nockra tølu med siálfri ser, fæ eg vid þat hennar qvadrat-tølu, edr þvílíkt pródúkt, sem innibindi adal-töluna eins opt, og hún siálf innibindr í ser 1; en deili eg einhverri tølu med siálfri ser, fæ eg ei nema 1 í hlut. til dæmis:

$$5 \times 5 = 25. \qquad 5 : 5 = 1.$$

Því minni sem deilirinn er, því stærri verdr qvótinn, og þvert á móti því minni, sem stærri er deilirinn; álíti eg nú, til dæmis núll (o) fyri þann minzta deilir, sem hugsaz kann, þá hlýtr qvótinn at verda hinn mesti, sem møguligt er, edr: talan hlýtr at koma heil og ósfert í qvóta, og kann þá ei annar stærri at verda; þvert á móti skedr í margføldun, því ef eg margfalda einhveria tølu hversu stór, sem hún vera kynni med o, verdr pródúktit eins og talan siálf o edr at eingu, en deili eg þar á móti sømu tølu med o, verdr qvótinn ∞, þat er, sem merkit þýdir: óendanliga stór, til dæmis:

$$4 \times 0 = 0 \qquad 4 : 0 = \infty.$$

í øllu þessu eru því margfaldan og deiling hver annari gagnstæd.

§. 30.

§. 30.

Jøfn-tala (numerus par.) nefniz sú, hverri deila má med 2, svo eckert gángi af; en verdi hat ecki, heitir hún ójøfn (numerus impar.) edr oddatala.

Frum-tølur (numeri primi) heita hær, í hverium engin ønnur heil tala gengr upp, enn 1. og frumtalan sjálf; til dæmis: 1,3,5,7,11 o. sv. fr. 31 og 13, eru einnig frum-tølur.

Dæmi, sem sýna í hverium tilfellum divisio megi brúkaz:

I. dæmi: einn hafdi lagt 1 lest edr 1200 fiska í kaupstad, en vildi úttaka fyri há hiá kaupmanni gamla specie ríkisdali; hvad marga feck hann? svar: 25 rd. Her er 1200 fiskum deilt med 48 fiskum, sem gilda vid 1 rd specie.

II. dæmi: af áttæringi skipi vóru taldir á land 330 fiskar, sem hat hafdi ablat á einum degi, sá fiskr átti at skiptaz í 11 stadi; hvad margir vóru í hlut? svar: 30. 330 fiskum er skipt sundr med 11, sem merkir há, er hlutina áttu at taka.

III. dæmi: 3024 rdm. á at skipta med 7 børnum, sem taka jafnann arfa hluta, hvad mikit fær hvert heirra? svar: 432 rd.

IV.

IV. dæmi: 6 menn slá á einum degi 2700 ferhyrnda fadma túns, hvad mikit hefir hverr slegit, ef allir hafa jafnt erfidad? svar: 450 fadma, edr hálfann eyrisvoll.

V. dæmi: Anno 1750, komu til Islands her um 10000 tunnur miels, sem skiptaz áttu milli 40000 manns, sem menn vissu her á fyri víst vera, hvad mikit miel átti at koma í hvers hluta um árit? svar: 4 fiórdúngar edr miel-qvartil. her eru 10000 tunnur, giordar at 160000 fiórdúngum, hverium sundrskipt verdr vid manntalinu, nl. 40000, koma á 4 fiórd. í qvóta, sem hverr fær.

VI. dæmi: hvad mørg ár eru 1830 dagar? svar: 5 ár og 5 dagar. her er 1830 døgum sundrskipt med 365, því svo margir dagar eru í almennu ári, edr á hlaupárs-dagrinn er ei medtalinn.

VII. dæmi: hat er skrifat at í Trójumanna bardaga, hafi their Grísku komit á móts vid borgarmenn á 1146 skipum; hegar heim hefdi verit skipt í 3 jafnstóra flota, hvad mørg skip hefdu á verit í hverium? svar: 382.

6. Kap=

6. Kapituli.

Um reikníng med margskyns tølum.

§. 31.

Af því at vidkendar tølur eru svo margsháttar, þá er fyrst naudsynligt at vita nockut um gilldi og ásigkomulag þeirra helztu, er hversdagliga fyrikoma í búnad manna, því kynnu máske eptirfylgiandi smá-tøblur um almenna mynt, mælir, vigt, samt hluta- og tíma-tal at greida nockut veg fyri vidvaníngum, til þess at geta vidstødulaust reiknat eins vidkendar-tølur og óvidkendar.

Dønsk mynt og peninga tal:

1 specie dúkatr gilldir stundum meir, en alldrei minna enn 2 rd 2 mk 8 ß Cour.

1 Cour. dúkatr gilldir vid 2 rd Cour.

1 tvøfald Króna vid 8 mørk Cr. edr 136 ß

1 ný specia vid 1 rd. Cour. 22 ß edr 118 ß

1 gømul specia gilldir 1 rd Cour. og 12 ß edr = = 108 ß

½ gømul specia = 54 -

¼ úr gamalli speciu 27 -

1 nýtt specie mark 19⅔ -

1 gamallt sp. mark 18 -

1 rd Króner er 1 rd C. og 6 ß edr = 102 -

4 mk Króner eru 68 -

2 mk

2 mk Króner eru 34 ß
1 mk Króner — 17 -
1 rd Cour. 6 mk eðr 96 -
5 mk Cour eru = 80 -
4 mk Cour. — = 64 -
3 mk — — = 48 -
2 mk — — = 32 -
1 mk — er = 16 -
1 ríkisort Cour. er 24 ß
1 ß er $\frac{1}{16}$ partr úr Cour. marki, 3 hvítingar eðr 12 peningar.
1 penningr 8 er tólfti- partr úr
1 hvítingr er þridie- skildingi.
1 Fyrk eðr sexling er $\frac{1}{2}$ ß
1 tunna gulls er 100000 rd.
10 tunnur gulls er 1 mill. eðr 1000000 rd.

Þegar menn láta 4ra vera í kasti af Courant mynt, sem fliótazt er og brúkanlegazt þá peningar eru taldir, þarf til 10 rdala:

120 kost af 2 skilldingum
60 kost af 4 ß
40 kost af 6 ß
30 kost af 8 ß
24 kost af 10 ß
16 kost af 15 ß
10 kost af 24 ß eðr ríkisortum.

Peningar til fiskatals reiknadir:

	Fisk.
1 gmall rdlr. í speciu er = =	48 fisk.
$\frac{1}{2}$ rdl. í speciu	24 —
$\frac{1}{4}$ rdl. í speciu	12 —
1 mk í specin =	8 —
1 rdl. Króner	$45\frac{1}{3}$ —
1 Króna eðr 4 mk	$30\frac{2}{3}$ —
$\frac{1}{2}$ Króna eðr 2 mk	$15\frac{1}{9}$ —
$\frac{1}{4}$ Krónu eðr 1 mk Cr.	$7\frac{5}{9}$
1 rdr Courant er =	$42\frac{2}{3}$
5 mk Cour. = =	$35\frac{5}{9}$
4 mk Cour. = =	$28\frac{4}{9}$
3 mk Cour. = =	$21\frac{1}{3}$
2 mk Cour. = =	$14\frac{2}{9}$
1 mk Cour. = =	$7\frac{1}{9}$
1 ríkisort Courant	$10\frac{2}{3}$

Peninga verd á lanz-vísu.

1 rdl. specie og Crón. ál.
er = = = 30
1 Króna edr slettr-
dalr í Crónum 20
½ Króna edr hálf-
slettrdalr í Crón. 10

í sakeyrir skal taka
1 rdl. specie fyri 36 ál.
edr 72 fiska eptir stó-
ra dómi.

Fiskatals reikníngr.

1 lest er 30 vættir,
10 hundrud edr 1200
fiskar.
1 hundr. fiskar eru 3 vætt.
edr 120 fiskar.

1 vætt er 40 fiskar edr
8 fiórdúngar.
1 fiórdúngr er 20 merk-
ur edr 5 fiskar.
1 fiskr er 4 merkur edr
$2\frac{1}{4}$ ß

Landaura og álna reikníngr.

1 hundrad hundrada er
675 rd. Cour. þegar
hvert hundr. er reik-
nat á 5 rd Cour. og
60 ß, en reiknaz ella
almennt á 480 rd. í
Crón.
1 hundr. er 20 aurar edr
120 ál.
15 aurar eru 90 —
10 aurar = 60 —
5 aurar = 30 —

1 eyrir er 6 ál.
1 alin eru 2 fiskar, þegar
30 ál. edr 5 aurar
reiknaz fyri 60 fiska.
annars reiknaz 30 álnir
á 48 fiska edr 1 rd í
speciu og eins 30 ál.
á $45\frac{1}{3}$ fisk: edr 1 rd.
í crónum.
1 mork er 8 aurar, 48
ál. edr 96 fiskar.

Mælir

Mælir á víni edr annari rennandi vøru.

1 stickfat heldr $7\frac{1}{2}$ ámu edr 30 ánker
1 pípa 3 ámur edr 12 ánker
1 uxahøfud 6 ánker edr $1\frac{1}{2}$ ámu.
1 áma 4 ánker.
1 lagar tunna heldr 15 kúta edr 120 potta.
1 ánker. 40 potta.
$\frac{1}{2}$ ánker 20 potta.
1 áttúngr 15 potta
1 kútr 8 potta.
$\frac{1}{2}$ kútr 4 potta.
1 kanna 2 potta.
1 pottr 2 merkur edr 4 pela.
$\frac{1}{2}$ pottr er 1 mørk edr 2 pelar.
1 peli er $\frac{1}{2}$ mørk.
$\frac{1}{2}$ peli er $\frac{1}{4}$ úr mørk
1 mælir 4 fiórdúngar edr 40 pottar.
1 fiórdúngs lát heldr 20 merkur.
1 pundfata 24 merkur.

Stór og smá vigt.

1 *Skp:* er 4 vættir, 20 *Lb.* edr = 320 *lb.*
1 *Lb.* er = 16 *lb.*
1 Centener er 100 *lb.*
1 norsk vog er 3 bismarapund.
1 bismara*lb.* er 12 *lb.*
lb. er 2 merkur edr 32 lód.
1 mørk er $\frac{1}{2}$ *lb.* edr 16 lód.
1 únzia er 2 lód
1 lód er 4 qvintín.
1 qvintín er 4 ort edr 4ra penínga þyngd.
1 qvintín edr drachma er 3 skrúplar.
1 skrúpull 20 grøn
1 gran 1 bygg-korn.

Hiá

Hjá apothekurum edr læknisdóma-seliurum þýdir:

Gr.	= = = gran.	℥ß.	= = ½ únzlu.
ß.	= = hálfann.	℥ij.	= = 2 únzíur.
gtt.	= = = dropa.	℥iij.	= = 3 únzíur.
℈	= = skrúpul.	℔.	= = 1 pund.
℈ß.	= = ½ skrúpul.	℔ß.	= = ½ pund.
℈j.	= = 1 skrúpul.	M.	handfylli, hnefa.
℈ij.	= = 2 skrúpla.	Mß.	½ handfylli —
℥.	drachma edr qvintin.	P.	qvintin, edr svo mikit, sem hallda má milli 3ia fingra.
℥ß.	= ½ qvintin.	q.s.	= eins og þarf.
℥ij.	= = 2 qvintin.	An.	āā. jafnt af hverju.
℥iij.	= = 3 qvintin.	R℞.	= = tak.
℥.	= = únzu.		

Álna mælir.

1 Dönsk alin er 4 qvart. edr 24 þumlúngar.	1 alin er og 2 fætur edr fet.
1 qvartil 6 þumlúngar.	1 fótr er 12 þumlúngar.
1 Íslenzk alin er 4 qvart. edr $21\frac{9}{11}$ þumlúngs.	1 þumlúngr er 12 strá.

Vega mæling.

1 gráda (gradus) er almennaz reiknut 15 þýzkar mílur edr 60000 fadmar.	1 þýzk míla er 4000 fadmar edr 4 valskar mílur.
	1 frönsk míla er 2000 fadmar.

1 engelsk mila 1000 fadmar.
1 velsk mila er 1000 fadmar edr 8 skeid.
1 skeid er 125 fadmar;
1 þingmanna-leid er 5 þyzkar milur edr 20000 fadmar.
1 vika siáar er 1 þyzk mila edr 4000 fadm.
1 málfadmr er $3\frac{1}{2}$ alin.
1 adgángs fadmr er 3 álnir.
1 daghleypa hefir verit kollut 3 þingmanna-leidir.
1 bæar leid 6 hundrud fadmar tólfræd.
1 sabbats-gánga 4 hundrud fadmar tólfræd.
1 ørskots helgi 2 hundrut fadmar tólfræd.
1 akurs-lengd $33\frac{1}{3}$ fadm.
1 reip 5 fadmar.
1 mælisskaft 6 álnir edr vorar 7 álnir.
1 stika 2 álnir.
1 skálm 5 fet.
1 skref 3 fet.
1 stig 2 fet.
1 fet 4 þverhandir.
1 spønn 3 þverhandir.
1 þverhønd 4 fingr.
1 fingr 4 byggkorn.
1 byggkorn 3 molar.
1 moli 2 agnir.

Teliandi vara.

1 Lest ols, smiors, kiøts lísis og tólgar er 12 tunnur, er halda á hver 136 potta.
1 lest af spønsku salti, steinkolum og berki er 18 tunnur, er halda á hver 176 potta.
1 lest af frønsku salti og kalki er 12 tunnur, er halda á hver 144 potta.
1 lest Datsvíkur korn-voru er 22 tunnur.
1 lest af Kønigsbergs korn-voru er $21\frac{1}{2}$ td.

1 lest

1 left af korn veru reiknaz annars fyri 12 tunnur.
1 tunna 8 skeppur.
1 sallt- og steinkolatunna heldr 22 kúta edr 176 potta.
1 korn-tunna 18 kúta edr 144 potta.
1 skeppa er 4 fiórdúngsker.
1 fiórdúngs ker er $\frac{1}{4}$ af skeppu edr $4\frac{1}{2}$ pottr.

1 skock er sama og 60 edr, sem
1 sneis = 20 hefir svo
1 dúsin = 12 mikit inni
1 tylft er einnig 12 at halda.

1 balli pappirs er 10 hrís.
1 hrís er 20 bækur.
1 bók af skrif-pappir 24 arkir, og af prentpappir 25 arkir.

Tíma-tal.

1 ár er 12 almanaks mánudir, edr 13, 4ra vikna mánudir.
1 vika er 7 dagar.
1 dagr med nóttu er 24 stundir.
1 stund er 4 qvartil edr 60 mínútur.
1 minuta er 60 sekúnd.
1 sekúnda er 60 tertzíur.
1 tertzía 3 augnablik.
1 ár reiknaz fyri 365 daga, og nærfellt 6 stundir, edr 52 vikur 1 dag og 6 stundir. (IV. D. §. 22)
1 hlaupár hefir 366 daga. Pegar árstalinu verdr sundrskipt med 4, svo eckert gángi af, þá er ætíd hlaupár, en gángi nockut af, synir þat hvert ár at þá se eptir hlaupár.

§. 32.

Ef margskyns tølur á saman at leggia, svo sem rdl., mk, ß. vættir, fiórdúnga, fiska, daga, stundir, minútur og sv. fr., sem opt tilfellr, verdr þat at ske med þessu móti:

1) Skal leggia saman þá smæztu tølu næzt hægri hendi.

2) Sambiódi hún einum heilum, sem stendr fyri framan hana, edr verdi hún meiri, þá skal taka af henni svo marga heila, einn edr fleiri, sem hún innibindr þá opt, og leggia til næztu radar, en afgánginn skrifa nidrundan þeirri tølu, sem saman var logd, eins skal gióra vid adra røding, og þó fleiri seu; þarf sá, sem reiknar, vel at hafa kynnt ser fyrisarandi tøblur, til at vita hvad margir partar smærri tølunnar gióri einn heilann í þeirri stærri. til dæmis: 16 ß gióra 1 mk, og 6 mk 1 rd.; her álitr madr ß, sem parta úr marki, mørkin aptr sem parta á móti ríkisdal. 5 fiskar gióra 1 fiórdúng, 8 fiórd. 1 vætt. 60 minútur gióra eina stund, 24 stundir 1 dag med nóttu. til dæmis, vilie eg

leggia 6 rd. 4 mk = 12 ß
saman vid. 7 rd. 5 mk = 4 ß

verdr summan 14 rd. 4 mk = 4 ß

Her segi eg: 8 ß og 12 ß eru 20 ß, þar af takaz 16 ß, sem

sem gjora 1 mk, verda eptir 4 ß, sem skrifaz undir skilldinga rodiuni. 1 mkit lagt til 5 mk gjorir 6 mk og 4 mk er 10 mk, þar af tek eg 6 mk, sem er 1 rd. verda eptir 4 mk, sem skrifaz undir marka rodiuni; sá 1 rd. lagdr til 7 rd. gjorir 8 rd. og 6 gjora 14 rd. svo hefi eg aflokit þeim reikniugi.

addera	4 vættum	5 fiórd.	3 fiskum
til	= 8 vætta	4 fiórd.	2 fiska.
og summ. verdr	13 vættir	2 fiórd.	= —

Her gjori eg fiska at fiórdúngum, og fiórdúnga at vættum, likt sem fyrri ß at mk, og mk at ríkisdal.

legg saman	5 daga	12 stundir	30 minút.
	8 —	14 —	15 —
	og 6 —	2 —	16 —

Þá verdr summan 20 dagar 5 stundir 1 mín. minúturnar gjora 61. þat er eina stund, og 1 minútu, stundirnar verda 29, þat er 1 dagr og 5 stundir, verdr svo lokfins summan 20 dagar, 5 stundir og 1 minúta.

I. D. Þrír menn gjordu út left til fiski-kaupa: fyrsti let kaupa 19 vættir 7 fiórd. og 4 fiska annar = = 15 v. = 5 fiórd. = 3 fiska þridie = = 21 v. = 4 fiórd. = 1 fisk. hvad mikill fiskr var keyptr fyri þá alla? svar: 57 vættir, 1 fiórd. og 3 fiskar.

II. D. einn er skuldugr í kaupstad um 50 rd. 5 mk 5 ß. ødrum út í frá um 30 rd. 3 mk 3 ß. og ofan á þetta þridia manninum, 20 rd.

2 mk. 2 ß, hvad mikit á hann alls at borga? svar: 101 rd. 4 mk 10 ß.

III. D. Annar átti peninga í láni hjá prem kaupamonnum; peim fyrsta hafdi hann lánat 21 rd. 3 mk 4 ß. ødrum 36 rd. 6 ß, pridia 45 rd. 5 mk 9 ß; hvad mikit lánadi hann alls? svar: 103 rd. 3 mk 3 ß.

§. 33.

Pegar draga á hmisligar summur hver ia frá annari, svo sem ríkisdl. mk, ß. o. sv. fr. pá er adferdin hin sama, og í almennilegri frádragníngu, einazta mismunar pegar lána parf, at sá eini, sem eg til láns tek, merkir ei 10, helldr svo marga, sem hanns innihaldi sambýdr og eptir peirri tölu, sem hann verdr tillagdr; til dæmis: pegar 1 er lánadr frá mørkunum, gildir hann fyri 16 ß í skilldínga-rødinni; par á mót se 1 lánadr frá ríkisdolunum, gilldir hann 6 mk í marka-rødinni, og svo framv. til dæmis:

Frá	16 rd.	4 mk	og 8 ß.
skal draga	13 —	5 —	12 —
eru eptir	2 rd.	4 mk	12 ß.

Her get eg ecki tekit 12 frá 8, tek því 1 mk til láns af 4 mk, sem eg gióri at 16 ß, peir lagdir til 8, eru 24 ß, par frá get eg tekit 12 ß, og verda eptir 12 ß, sem skrifaz fyri nedan strikit. 5 mk frá 3 mk, sem nú er eptir, get eg ei tekit, því tek eg 1 rd. til

láns

láns af 16 rd. og giori at 6 mk, þau lagd til 3 mk er 9 mk, þar frá tek eg 5 mk er eptir 4 mk, sem skrifaz þar niðrundan; þvinaz tek eg 13 rd. frá 15, eru eptir 2 rd. svo er frádragningunni lokit.

frá 9 vættum	6 fiórd.	3 fiskum
dreg eg 6 v.	=	7 fiórd.	4 fiska
eru eptir 2 v.	=	6 fiórd.	4 fiskar

Frá 18 ℔	= og	10 lódum
takaz 15 ℔	=	31 lód
eru eptir 2 ℔	=	11 lód.

I. dæmi: úr sterbúi nockru, sem virdt er fyri 1234 rd. 56 ß, eiga at takaz af óskiptu 3 skuldir, hin fyrsta er: 254 rd. 8 ß, onnur: 172 rd. 16 ß, þridia: 96 rd. 24 ß, þessar 3 skuldir samanlagdar giora 522 rd. 48 ß, sem teknir frá hofut-stólnum, láta eptir 712 rd. 8 ß.

II. dæmi: einn hafdi lagt inn í kaupstad uppá 1459 fiska, edr 34 rd. 18¾ ß Cour; úttekit: 948 fiska, edr 22 rd. 21 ß, hvad átti hann eptir óúttekit? svar: 511 fiska. edr 11 rd. 93¾ ß.

III. dæmi: annar er skuldugr um 789 rd. 5 mk. 12 ß, hefir þar uppí borgat 368 rd. 4 mk. 15 ß, hvad mikit er enn þá óborgat? svar: 421 rd. 13 ß.

§. 34.

Ef margfalda á summur af hvíslígu innihaldi, med annari tølu, þá er:

1) Margføldut hver summa út af fyri sig, med þeirri gefnu tølu edr margfaldaranum.

2) Verdi pródúktit stærra enn svari 1. heilum af þeirri tølu, sem næst því er til vinstri handar, edr jafn-stórt, þá eru af því teknir svo margir heilir, sem verdr, og lagdir til næstu tøluradar, sem er stærri, en áfgángrinn skrifadr undir þeirri tølu, sem honum er samkynia. sjá §. 32. til dæmis:

margfalda 10 *Skp.* 11 *Lth.* 12 *th.*
med 5 — 5 — 5 —

pródúktit verdr 52 *Skp.* 18 *Lth.* 12 *th.*

Her byria eg at múltiplicera 12 med 5, og fæ 60, 11 med 5, fæ 55, 19 med 5, fæ 50, svo eg hefi alls fengit 50 *Skth.* 55 *Lth.* 60 *th.* sídan dreli eg 60 *th.* med 16, (því svo margt *th.* eru í 1 *Lth.*) og fæ 3 *Lth.* 12 *th.* þau 12 *th.* set eg undir *th.*da rødina, en addera 3 *Lth.* til 55 *Lth.*, svo hefi eg 58 *Lth.*, þeim dividera eg med 20, (því svo margt *Lth.* gjøra 1 *Skth.*) fæ eg þá 2 *Skth.* 18 *Lth.*; *Lth.*in set eg undir tølunni, sem er þeim samkynia, en þau 2 *Skth.* legg eg til 50 *Skth.*, sem skrifaz egu undir *Skth.*um, verdr þá pródúktit: 52 *Skth.* 18 *Lth.* og 12 *th.*

marg-

margfalda 15 leſtir 16 vættir 3 fiórdúnga
med 4 — 4 — 4 —
pródúktit verdr. 62 leſtir 5 vættir 4 fiórd.

I. dæmi: einn hefir lagt inní kaupſtad 4 leſtir 7 vættir og 6 fiórdúnga; eru þat margir fiſkar? ſvar: 5110 fiſkar. leſtirnar, vættirnar og fiórdúngarnir, eru margfaldadir med ſerhverra fiſkatali, og ſummurnar til ſamanslagdar, ſvo kemr upp hit retta pródúkt.

II. dæmi: Sis bornum ſkiptiz í ſinn arfahluta, hverju 432 rd. 2 *mk* af hverſu miklu var at ſkipta? ſvar: 3026 rd. 2 *mk*.

§. 35.

Þegar deila á ſummum af óliku innihaldi, ſvo ſem hundrudum, aurum og álnum, tunnum, ſkeppum, og fiórdúngskerum, med einhverri gefinni tølu, verdr:

1) At gióra ſtærſtu tølurnar ſemu merkingar og hin minzta er, nefnilega: hundrut at aurum og aura at álnum, tunnur at ſkeppum, ſkeppur at fiórdúngskerum.

Merk: at fiórdúngsker merkir hér fiórda part úr ſkeppu, en ſkeppa áttunda part úr tunnu.

2) Þegar þetta er búit, verdr ſummunni ſundr-ſkipt med deilirnum, og qvótium merkir

þá svo marga, sem hann áviſar, af þeirri minztu tølu. til dæmis: álnir edr fiórdúngsker.

3) Verdi qvótinn meiri enn einn heill af næztu tølu, sem stærri er, skal honum sundrskipta, med svo mørgum heilum af þeirri tølu, sem verdr, hvørier ádr vóru giørdir at jøfnum pørtum í minni tølunni; eins er farit med þær meiri tølur, svo margar sem eru, er þá seinazti qvóti stærstu tølunnar, ásamt afgánginum af hinum deilingunum, hinn retti qvóti, sem eptir var leitat.

Merk: álnir, sem koma hlut, verda giørdar at aurum, og ef aurarnir verda svo margir, eru þeir aptr giørdir at hundrudum, sem er hinn sídazti qvóti, vid hvern bætt verdr því, sem af aurum og álnum kann hafa gengit. til dæmis;

a) deil 12 hundrudum 3 aurum og 2 álnum
med 5

verdr í qv. 2 hundrut ; 8 aurar og 4 álnir.

Her giøri eg fyrst hundrudin at aurum, og margfalda því 12 hundrut med 20 (því svo margir aurar ern í 1 hundradi) fæ eg 240 aura, þar vid bæti eg 3 aurum, sem einnig eiga at deilaz, verda þar af 243 aurar; þá giøri eg at álnum, med því at margfalda þá med 6, því 1 eyrir er 6 álnir, fæ því 1458 ál. þar vid bæti eg 2 álnum, sem og svo áttu at deilaz, verda alls 1460 álnir; þetta er allt eptir fyrstu reglu.

Nú

Nú deili eg 1460 ál. með deilirnum 5, og fæ 292 ál. í qvóta, eptir annari reglu; þessum fyrsta qvóta deili eg með 6 ál. og fæ í annann qvóta 48 aura gánga af 4 álnir. 48 aurum deili eg með 20 aurum og fæ í þridia qvóta 2 hundrut, gánga af 8 aurar, sem ásamt 4 álnum er næst gengu af, bætaz aptan við qvótann; þetta er eptir 3ju reglu; verðr þá hinn retti qvóti: 2 hundrud 8 aurar og 4 ál.

b) deil 7 tunnum(korus)5 skepp. og 3 fiórd. kerum.
með 4 —

verðr þá qvót. 1 tunna 7 skeppur $1\frac{3}{4}$ fiórd. kers.

7. Kapituli.

Um próf hinna fiogra hofut-greina.

§. 36.

At prófa (probare) merkir hér at bevísa edr sanna reikníngínn, þat er: hvert rett se samanlagt, frádregit, margfaldat og deilt edr ecki.

Samlagníngu má með þrennu móti prófa:

1) Skal teluna samanleggia á tvo vegu, nl. fyrst nedan at, og sídan at ofan, verdi þá sama summa, er rett reiknat, því ein og sama villa,

villa, kann med ólíkri adferd, tvisvarsinnum varla til at vilia; er þetta sú almennazta og brúkanligazta adferd at reyna hvert rett se samanlagt edr ei. sama er og, ef tveimr edr fleirum eru fyrisettar sømu tolu-radir at saman leggia, svo hverr siái ei til annars, en verdi summan hiá øllum hin sama, þá er von at rett se samanlagt.

2) Samanlagníngu má med frádragníngu prófa, ef hver línan eptir adra, sem adderaz á og fyri ofan þverstrikit stendr, er tekin frá summunni; gángi seinazt eckert af, edr hafi ei neitt yfir, er rett samanlagt, en annars ecki. til dæmis: eg vil prófa eitthvert dæmi i samlagníngu

dæmit:	próf:
1234	1824
566	1234
21	590
3	566
1824	24
	21
	3
	3
	0

Frá summunni 1824 er tekin fyrsta línan 1234, er eptir 590, þar frá tekin annar línan 566, eru eptir 24, frá þeim er tekin þridia línan 21, eru eptir 3, loksins er

er frátekin seinasta línan edr 3, sem gengr upp, og sýnir at rett se adderat.

3) Samlagníngu má og prófa med því móti, at 9 eru fyrst teknir svo opt, sem verdr, af þeirri tölu, sem saman skal leggia; hvad afgángs verdr er skrifat til minnis, þar næzt eru 9 teknir svo opt, sem verdr, af summunni, og á afgángrinnn at verda sami, at 9 optsinnis fráteknum, bædi af þeirri tölu, sem adderaz á, og eins summunni, edr og í báðum stødum eingiun, annars er hætt vid, at rángt se reiknat; nú vil eg med þessum hætti prófa 2. dæmi í samlagníngu,

5842
307
21
5970

3
3

Her tek eg 9 þrisvar af samleggiandi tölunum, og verda þá afgángs 3, sem eg skrifa efst hiá krossstrikinu til minnis, af summunni tek eg eins 9 tvisvar, og se at 3 gánga einnig af, þá skrifa eg undir hinum, og fyrst eg feck jafna stafi afgángs í báðum stodum, þá mun rett vera reiknat.

Merk: at þessi adferd, sem flestir brúka, er at sönnu nockurnvegin viss, þó getr hún verit raung; til dæmi: ef gleymaz kann í ofanskrifudu dæmi þeim, sem samanleggr, at skrifa núll seinazt vid summuna, svo hún þess-

þeßvegna verdr ei meiri enn 597, en hann vill med þessu móti reyna hvert rett se reiknat, fær hann samt 3 í afgáng, eins og ádr, þó audsiáanliga se rángt adderat, og summan miklu minni enn vera á. Sama er og, þó hann gieri 9 hundrud at 9 þúsundum, og 5 þúsund aptr at 5 hundrudum, og fái med því móti stærri summu enn þá rettu, verdr afgángrinn allr hinn sami, því meina eg, at ei se ætíd óhult, at reida sig uppá þessa seinuztu prófunar adferd; vegna þessa hafa og reikningsmeistarar, valit sér fleiri tölur til prófs í stadinn fyri 9, þó þær seu allt eins fallvalltar og þeßi.

§. 37.

Frádragning prófaz med tvennu móti:

1) Fliótazta og vissazta adferdin er sú: at leggia saman nedri línuna fyri ofan strikit, vid mismuninn, þat er frádraganda (subtrahendum) og mismuninn edr leifarnar (differentiam); komi þá upp efsta línan edr minkandi talan (minuendus) er rett frádregit, en annars ecki. til dæmis: eg vil prófa eitt dæmi í frádragningu:

minkandi tala	6789
frádragandi	4325
	2464
	6789

samleggendr

her

her legg eg saman 4 og 5, fæ 9, 6 og 2, fæ 8, 4 og 3, fæ 7, 2 og 4 fæ 6. verdr því nedsta línan, sem er summa frádragandi tölunnar og mismunarins, jafn vid efstu edr minkandi töluna, sem sýnir, at rett hefir verit frádregit. sjá §. 15, bls. 23.

2) Má prófa frádragningu med því móti at draga línuna, sem er fyri nedan strikit, frá hinni efri, sem er fyrir ofan strikit, edr minkandi tölunni, því þá kemr upp midlínan, edr sú frádragandi tala, se rett dregit frá; reyn med þessu móti

II. dæmi í frádragningu:

minkandi tala 3456789 — minkandi tala
frádragandi " 35216 — frádragandi
leifar = " 3421573 — leifar

35216 " leifar

her dreg eg leifarnar frá efstu línunni, en fæ aptr midlínuna til leifa, og sje af því at rett hefir verit frádregit.

§. 38.

Margfaldan prófaz med tvennu móti:

1) þegar pródúktinu er deilt med margfaldaranum, og margfaldandi kemr rettr upp í qvóta, er rett margfaldat, en annars ecki; prófa þit I. dæmi í margfoldun:

pródúktit, sem nú er deilandi 4686 | 2 deilir edr hinn forni margfaldari.
4 . . . | 2343 qvóti, sem ádr var margfaldandi
6 . .
6 . .
8 .
8 .
6
6
0.

Her deili eg pródúktinu 4686 med margfaldaranum 2, og fæ margfaldanda í hlut edr 2343, því er rett margfaldat.

2) Margföldun má og prófa med því móti, at giora margfaldarann at margfaldanda, og þvert á móti margfaldanda af margfaldara, því verdi þá í hverttveggia sinni pródúktit sama, er víst rett margfaldat. sjá §. 21. blf. 36.

§. 39.

Deilingu má einnig med tvennu móti prófa:

1) skal qvótann margfalda med deilirnum, og þar vid leggia brota-töluna (ef nockur er), á þá aptr at framkoma deilandi sjálfr. prófa hit fyrsta dæmi í deilingu, blf. 47.

deilandi 7 6 9 8 (qvóti 2 5 6 6
deilir — 3
7 6 9 8.

Her

Her margfalda eg hluta-tøluna 2566 med deilirnum 3, og fæ aptr deilandann 7698, sem sýnir at rett er skipt.

2) Má og skipta deilanda med qvótanum/ kemr þá hinn fyrri deilir í hlut, ef rett er deilt. eg vil med þessu móti prófa sama dæmi:

deilandi	7698	2566 deilir edr hinn forni qvóti.
	7698	3 qvóti, sem ádr var deilir,
	0000	

Nú skipti eg deilanda med minum gamla qvóta og fæ aptr hinn fyrra deilir í hlut.

Merk: at allar hofutgreinirnar má eins og samlagníngu prófa, ef 9 er í burtkastat svo opt, sem verdr, þó er sú adferd bædi laung og ruglingslig, vil eg því ei svo fyri henni mæla. Vilie menn leggia próf hinna 4ra hofutgreina uppá minnit, þá er hægazt at muna: at samlagníng prófaz med frádragníngu, og frádragníng med samlagníngu; en margfaldan med deilíngu, allt eins og deilíng aptr med margfoldun; því eins og frádragníng er samlagníngu gagnstæd, svo er líka margfaldan og deilíng gagnstæd hver annari.

8. Kapituli.

Um Brota-tolur (FRACTIONEM) yfir hofud.

§. 40.

Brot edr Brota-tala (fractio) nefniz sú, sem innibindr ágvedinn fiellda af jofnum pørtum einingar edr eins heils, allt eins og heil tala ágvedinn einínga fiellda. Eins og at 1 eptir því stækkar, sem hann er optsinnis lagdr til sialfs sín, eins minkar hann par á móti eptir því, sem fleiri partar eru af honum teknir. til dæmis: einni alin er sundrskipt í 4 qvartil edr 4 jafna parta, en serhverr peirra er brot af heilli alin. Eins ef eg hefi 1 ríkisdal í 4 ríkisortum, þá kallaz hvert ríkisort brot, edr fiórdi partr úr ríkisdal; Af þessu er sú lærdóms-grein (axioma) audskilin: at heilt se meira enn hverr partr þess, út af fyri sig, en jafnt øllum sínum pørtum til samans teknum.

§. 41.

Brota-tala skrifaz ætíd í tvennu lagi fyrir ofan og nedan lítit þverstrik, og gefr hin nedri talan, sem kallaz nefnari (denominator) til kynna, í hvad marga parta at 1um se deilt,

en

en hin efri, sem heitir teliari (numerator), hvad margt se tiltekit af nefnarans pørtum, til dæmis: ef skipta á einni áln í 4 parta, og taka þar af 1, 2 edr 3 parta, skrifaz þeir svo: $\frac{1}{4}$ einn fiórdi partr, $\frac{2}{4}$ tveir fiórdu partar, $\frac{3}{4}$ þrir fiórdu partar úr áln. Edr ef einum ríkisdal er at skipta í 4ra hluti, og þar af á at taka 1, 2 edr 3 parta, teikuaz þat med sama móti. Her af kemr þat, at teliarinn, samanborinn vid nefnarann, synir ætíd hvad stór partr úr 1 heilum at brota-talan se; og er merking eginligs hrots (sjá §. 42) ætíd því meiri, sem minni er stærdar-munr á teliara og nefnara, til dæmis: $\frac{3}{4}$, og umhverft því minni, sem munrinn er stærri t. d. $\frac{3}{44}$.

§. 42.

Se teliari minni enn nefnari t. d. $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{4}{5}$, er brotit minna enn 1 heill, og heitir þá eginligt brot (fractio propria) en óeginligt (fractio spuria, impropria) ef teliari og nefnari annathvert eru jafnstórir, eins og $\frac{3}{3}$ $\frac{4}{4}$ $\frac{5}{5}$, því þá er brotit hit sama og 1 heill; edr og, ef teliari er meiri enn nefnari, til dæmis: $\frac{3}{2}$ $\frac{4}{3}$ $\frac{5}{4}$, því brotit er þá meira enn 1 heill. eg vil taka til dæmis $\frac{5}{4}$, nú ern $\frac{4}{4}$ hit sama og 1 heill, vegna þess hlýtr $\frac{1}{4}$ at gánga af $\frac{5}{4}$, og vera um fram þann heila, edr: $\frac{5}{4}$ eru $= 1\frac{1}{4}$. Blønduð tala (numerus mixtus) heitir sú, í hverri bædi heilar og brotnar tølur eru samfara, til dæmis: $3\frac{2}{3}$, $14\frac{3}{7}$.

§. 43.

Láti menn ser í hug koma, hvadan blønd-uð tala hafi sín upptek, er hægt at vita, hvernig hún verdi gierd at einu broti, því eins og at brota-tala framkemr af deilingu, og deilir heilu tølunnar er ætíd nefnari brotsins, en afgángrinn teliari, svó þarf ei heldr annat, enn margfalda heilu tøluna med nefnaranum, leggia teliarann saman vid pródúktit, en giøra summuna aptr at teliara, og setia þar undir hinn forna nefnara ónumbreyttann; þannig verda $3\frac{1}{2}$ ad $\frac{7}{2}$, $6\frac{2}{5}$ ad $\frac{32}{5}$, og $10\frac{3}{4}$ ad $\frac{43}{4}$, segi eg her í fyrsta sinni: 2svar 3 eru 6 og teliarinn 1 eru 7, sem nú verda minn nýi teliari, en 2 ónumbreyttir, sem ádr, nefnari, o. s. fr. Allt eins má giøra heila tølu at broti, med hverium helzt nefnara, sem vill, med því at margfalda heilu tøluna, med þeim gefna nefnara, verdr þá pródúktit teliari, en nefnarinn sami og margfaldat var med. til dæm: eg vil giøra 4 heila at broti, og sen 3 nefnari, verda þá 4 heilir at $\frac{12}{3}$, því 3svar 4 eru 12, eins 6 heilir med nefnaranum 5, ad $\frac{30}{5}$, og 4 heilir med nefnaranum 7 ad $\frac{28}{7}$. Se ei neinn víß nefnari framar ødrum áskilinn, er heil tala optazt gierd at broti, med því móti, at hún er tekin ónumbreytt fyri teliara, en 1 settr þar undir í nefnara stad; til dæmis: 4 heilir ad $\frac{4}{1}$.

§. 44.

§. 44.

Eptir því, sem nefnarinn vex edr teliarinn minkar, eptir því minkar stærd og gildi brotsins, en vex þar á mót eptir því, sem nefnarinn minkar edr teliarinn vex, til dæmis: ef eg deili 1 rd. í 4 parta, og tek þar af 2, þá hefi eg $\frac{2}{4}$ úr ríkisdal edr $\frac{1}{2}$ rdl.; stækki nú nefnarinn um 2, þá hefi eg ei lengr $\frac{2}{4}$ helldr $\frac{2}{6}$ úr rdl. þat er: í stadinn fyri $\frac{1}{2}$ hefi eg nú $\frac{1}{3}$; eins minkar brotsins gildi, ef eg tek, til dæmis: 1 af teliaranum, því þá hefi eg ei eptir nema $\frac{1}{4}$ í stadinn fyri $\frac{2}{4}$ edr $\frac{1}{2}$. Þvert á móti vex brotit, ef nefnarinn minkar, til dæmis: um 1, því þá hefi eg $\frac{2}{3}$ í stadinn fyri $\frac{2}{4}$ úr rdl. edr $\frac{1}{2}$. og eins ef teliarinn stækkar, til dæmis: um 1, því þá eru $\frac{3}{4}$ úr rdl. meiri enn $\frac{2}{4}$ edr $\frac{1}{2}$ rdl.; Af þessu er audskilit, at merking og gildi brots verdr ómbreytt, ef teliari og nefnari eru margfaldadir, edr verdi þeim deilt med einni og sömu tølu; t. d. $\frac{2}{4} \times \frac{2}{2} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$; $\frac{2}{4} : \frac{2}{2} = \frac{1}{2}$; $\frac{3}{9} \times \frac{3}{3} = \frac{9}{27} = \frac{1}{3}$; $\frac{3}{9} : \frac{3}{3} = \frac{1}{3}$. í fyrra dæminu margfalda eg teliara og nefnara í $\frac{2}{4}$ hvern fyri sig med 2, og fæ vid þat $\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$, en deili eg bædi teliara og nefnara af $\frac{2}{4}$ med 2, fæ eg eins og fyrri $\frac{1}{2}$; margfaldi eg í seinna dæminu teliara og nefnara af $\frac{3}{9}$ med 3, fæ eg $\frac{9}{27}$, edr $\frac{1}{3}$, en ef eg deili $\frac{3}{9}$ med 3, fæ eg líka $\frac{1}{3}$; eins og nú at 1 er $\frac{1}{3}$ af 3 heilum, svo eru líka 9 $\frac{1}{3}$ af 27, og 3 $\frac{1}{3}$ af 9, þat er: þessi brot eru øll jafnstór.

Jøfn brot heita þau, sem hvert fyri sig innibinda jafnmikinn part úr 1 heilum, edr

hvar sami er jafnudr milli teliara og nefnara, til dæmis: $\frac{1}{2}$ $\frac{2}{4}$ $\frac{4}{8}$ $\frac{5}{10}$ edr $\frac{1}{3}$ $\frac{2}{6}$ $\frac{3}{9}$ $\frac{9}{27}$.

§. 45.

Seu tvær brota-tolur gefnar, er audvitad hvert brotit stærra se at merkingu, ef serhvers brots teliari er margfaldadr med hins brotsins nefnara, en bádir nefnararnir hvor med odrum, því sá teliarinn, sem á verdr stærri, er og stærri partr af heilum, til dæmis: $\frac{4}{5}$ og $\frac{3}{4}$ verda $\frac{16}{20}$ og $\frac{15}{20}$ partar úr heilum, nefnil. úr $\frac{4}{5}$ verda $\frac{16}{20}$ og úr $\frac{3}{4}$ $\frac{15}{20}$ partar; því þegar eg hefi margfaldat teliarann 4 med 4, sem eru nefnari seinna brotsins, þá margfalda eg nefnarana saman og segi: 4sinnum 5 eru 20, sem verda sameginlegr nefnari fyri bædi brotin (hvará frekari uppfræding mun giord her á eptir, þá um samnefnara getid verdr), og allt eins fyri $\frac{3}{4}$, því þegar eg hefi margfaldat teliarann 3 med nefnara hins brotsins, sem er 5, set eg próduktit af bádum nefnurunum edr 20 aptr í nefnara stad; er af því audsied, at $\frac{4}{5}$ eru at merkingu $\frac{1}{16}$ parti af heilum, meiri enn $\frac{3}{4}$.

§. 46.

Hverium, sem kunna vill nockut at reikna med brota-tolum, ridr fyrst og fremst á, at vita hvernig tvo edr fleiri misnefnd brot, þat eru þau, sem ei hafa sama nefnara, verdi giord samnefnd, svo at merking og gildi peirra ecki umbreytiz; því eins og í §. 9. var sagt,

at

at eingar tölur verdi samanlagdar nema þær, sem innbyrdis edr sín á milli hafa sömu merkíngu (hvad einnig má skiliaz um þeirra frádragníngu), svo verdr ei heldr önnur brotatala samlögd ne frádregin enn samnefnd, nema henni se ádr komit undir sama nefnara, sem skedr á þenna hátt:

I. Þegar brotin eru tvö, þá skal margfalda serhvers brots teliara og nefnara med hins brotsins nefnara, til dæmis:

verda

af $\frac{3}{4}$ verda $\frac{15}{20}$ því $\frac{3}{4} = \frac{3}{4} \times \frac{5}{5} = \frac{15}{20}$

og $\frac{4}{5}$ - $\frac{16}{20}$ - $\frac{4}{5} = \frac{4}{5} \times \frac{4}{4} = \frac{16}{20}$ samnefn.

Þer margfalda eg teliara fyrra brotsins 3, med nefnara hins sídara, sem eru 5, og 15 verda nýr teliari, þar eptir nefnara fyrra brotsins 4, med sama nefnara 5, verda þá 20 at nýium nefnara; þessu næzt margfalda eg eins, teliara seinna brotsins 4, med nefnara fyrra brotsins 4, og 16 verda nýr teliari, loksins margfalda eg, sem fyrri, nefnarana saman, og fæ aptr sama nefnara 20, sem sýnir at þetta se hinn retti samnefnari fyri báda nýu teliarana.

II. Séu brotin fleiri, þá skal margfalda serhvers brots teliara og nefnara med pródúktinu af nefnurum hinna brotanna, t. d.

$\frac{3}{4}$ og $\frac{4}{5}$ og $\frac{3}{5}$ því $\frac{15}{20} = \frac{15}{20} \times \frac{5}{5} = \frac{75}{100}$

edr $\frac{15}{20}$ = $\frac{16}{20}$ = $\frac{3}{5}$ $\frac{16}{20} = \frac{16}{20} \times \frac{5}{5} = \frac{80}{100}$

giora samnefn. $\frac{75}{100}$ = $\frac{80}{100}$ = $\frac{60}{100}$ $\frac{3}{5} = \frac{3}{5} \times \frac{20}{20} = \frac{60}{100}$

Eg vil fá samnefnara fyri $\frac{3}{4}$ $\frac{4}{5}$ og $\frac{3}{5}$, því gjöri eg við þau 2 fyrstu brot eptir fyrstu reglu, og fæ í þeirra stað aðra jafngilda nefnil. $\frac{15}{20}$ og $\frac{16}{20}$, tek svo $\frac{3}{5}$ og margfalda teliara og nefnara á þessa leið:

5sinnum 15 eru 75, og 5sinnum 20 (því 20 eru hér pródúktit af 4 og 5, eðr hinum tveimr nefnurunum) eru 100, skrifa $\frac{75}{100}$, 5sinnum 16 eru 80, og 5sinnum 20 eru 100, skrifa eg $\frac{80}{100}$, seinazt 3sinnum 20 eru 60, og 5sinnum 20 eru 100, sem eru sameginlegr nefnari fyrir öll brotin, verða svo: $\frac{3}{4}$ $\frac{4}{5}$ $\frac{3}{5}$ = $\frac{75}{100}$ $\frac{80}{100}$ og $\frac{60}{100}$. Sem er aðferðin þó fleiri séu; annars leggja nockrir teliarana saman, af þeim fyrstu samnefndu brotum, svo sem: $\frac{15}{20}$ og $\frac{16}{20}$, sem verða $\frac{31}{20}$, geta þeir þá gjört $\frac{3}{5}$ samnefnda við þetta brot, með sama móti og gjört var í fyrstu reglu, svo at brotin verði ei seinazt nema tvö, þótt í fyrstunni fleiri séu; svo verða, til dæmis:
$\frac{31}{20}$ og $\frac{3}{5}$ = $\frac{155}{100}$ og $\frac{60}{100}$, sem samgilda $\frac{75}{100}$ $\frac{80}{100}$ og $\frac{60}{100}$.

III. Áðr enn farit er at koma öllum brotunum undir eitt höfuð eðr samnefnara, má reyna hvert ei verði minkadir nefnarar brotanna (með því móti, sem hér strax á eptir mun sýnt verða), allstaðar hvar það er leyfilegt, þótt ei verði teliararnir minkadir, síðan skal margfalda serhvers brots teliara og nefnara, með hins brotsins minkudum nefnara, svo at út-

reikn-

reikníngrinn verdi þeß audveldari og skilianlegri, til dæmis:

$\frac{5}{6}\ \frac{3}{8}$ (2 deilir) $\frac{3}{8}\ \frac{4}{3}$
$\frac{20}{24}$ $\frac{9}{24}$

her verda nefnararnir 6 og 8, minkadir med deilirnum 2, því 2 í 6 hefi eg 3svar, set eg því 3 undir 6, 2 í 8 hefi eg 4sinnum, og set þá undir 8. Þar á eptir margfalda eg serhvers brots teliara og nefnara med hins brotsins minkudum nefnara, þat er: med 3 og 4 eins og í fyrstu reglu, og fæ í stadinn fyri $\frac{20}{48}$ og $\frac{18}{24}$, sem eg alla hefdi fengit, helmíngi minna brot, edr $\frac{10}{24}$ og $\frac{9}{24}$; einúngis er athugandi: at þegar svo er minkat, og nefnararnir egu at margfaldaz saman, þá verdr ætíd annarhverr nefnarinn at margfaldaz heill, med hinum minkudum, til dæmis: annattveggia deili eg nefnaranum 6 med 2, en margfalda hinn nefnarann, sem er 8, med qvótanum 3, edr eg deili nefnaranum 8 med 2, og margfalda med qvótanum 4 hinn nefnarann óminkadann, nefnil. 6.

Til er enn sú adferd, sem hvad hæguzt og fliótuzt er til at finna einn samnefnir fyri morg brot í einu, nl. at margfalda alla brotanna nefnara, hverja med odrum, verdr þá pródúkt þeirra allra til samans, hinn samegínlegi nefnari, sem at var leitat; en til þeß at geta fundit teliarann, sem hverju broti heyri, þá skal þessum samnefnara deila med hinum forná nefnara serhvers brots, og margfalda

qvótann med teliarauum, en pródúktit synir teliara serhvers brots, sem þá líka samgildir vid hvern af þeim fyrstu, til dæmis; vilie eg gióra þessi brot: $\frac{1}{2}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{5}$ $\frac{2}{7}$ samnefnd, þá margfalda eg nefnarana saman, og segi: 2svar 3 eru 6, og 5sinnum 6 eru 30, og 7sinnum 30 eru 210; sie eg þá at 210 verda samnefnari fyrir øll brotin, nú vil eg finna teliarann, sem serhvorju broti tilheyri, og deili því samnefnaranum 210, med þeim fornu nefnurum; t. d. í $\frac{1}{2}$ er nefnarinn 2, med þeim deili eg 210, og fæ 105 í hlut; þenna hlut edr qvóta, á eg lokssins at margfalda med teliaranum, en vegna þess at hann her er 1, þá verda 105, minn nýi teliari, og $\frac{1}{2}$ er nú ordinn at $\frac{105}{210}$. vilie eg finna teliara til $\frac{2}{3}$ þá deili eg 210, med nefnaranum 3, og margfalda qvótann 70 med 2, sem er teliarinn, verda þá 140 teliari, og brotit $\frac{2}{3} = \frac{140}{210}$; eins teliari brotsins $\frac{3}{5} = \frac{210}{5} \times 3 = 126$, og brotit $\frac{3}{5} = \frac{126}{210}$, en brotit $\frac{2}{7} = \frac{60}{210}$, því 210, deildir med nefnaranum 7, og qvótinn 30, margfaldadr med teliaranum 2, gefa 60 til teliara, verda svo brotin:

$\frac{1}{2} = \frac{105}{210}$
$\frac{2}{3} = \frac{140}{210}$
$\frac{3}{5} = \frac{126}{210}$
$\frac{2}{7} = \frac{60}{210}$

§. 47.

Menn plaga ætíd þá stórt brot fyrikemr, at gióra þat at því minzta broti, sem verdr, en se þó jafnstórt edr eins mikill partr af einum heilum, sem hit gefna brot, med því móti at deila bædi teliara og nefnara med einum og hinum sama deilir, sem menn sía at gengr upp í teliara og nefnara,

ara, og heitir þat at minka brot. til dæmis: eg vil giøra $\frac{25}{60}$ at minzta broti, og hugsa mig um hver tala edr deilir geti hægazt minkat þat, sem eg sie at verda 5, segi því: 5 í 25 hefi eg 5sinnum, og qvótinn 5 verdr minn nýi teliari; enn framar 5 í 60, hefi eg 12sinnum, sem verdr nýr nefnari, og þess vegna skrifa eg $\frac{5}{12}$ í stadinn fyri $\frac{25}{60}$, sem er skiljanlegra enn hit fyrra, en gildir þó allt eins, edr vid eins mikit af heilum. $\frac{4}{8}$, eru hit sama sem $\frac{1}{2}$, því hvert eg skipti einni áln sundr í 2 edr 8 parta, þá eru 4 eins vel helmingr þeirrar álnar, sem í 8 parta er skipt, sem 1 er helmingr hinnar, sem ei var tekin nema í 2 parta.

§. 48.

Adferdin til at uppleita edr fliótlega at finna þá tölu edr deilir, sem minkat geti eitt mikit brot, er hmislig, og má þar vid adgæta eptirfylgiandi reglur:

I. Regla: alla jafna tölu má minka med annari jafnri, en ójafna edr odda-tölu ecki nema med ójafnri.

II. R. med 2 má alla þá tölu minka, sem jøfn er, en jøfn tala er 2, 4, 6, 8, 0, ójøfn þar á móti 1, 3, 5, 7, 9, sem þess vegna nefniz einnig odda-tala. sía framar §. 30.

III. R. med 3 má minka þegar 3 ganga upp í summu siffranna, til dæmis: 243 verda

mink-

minkadir med 3, af því at 3 gánga upp í siffranna summu, sem hér verdr 9 .

IV. R. med 4, ef 4 gánga upp í tveimr þeim seinuztu enda-tölum vid hægri hönd, svo sem 548, nú gánga 4 upp í 48, og vegna þess einnig í 548.

V. R. med 5, þegar talan annathvert endaz á 5, edr 0, svo sem: 25, 30.

VI. R. med 6 minkaz øll jøfn tala, ef 3 geta gengit upp í summu siffranna, svo sem 192, hvar summan af siffrunum er 12.

VII. R. med 8, þegar 8 gánga upp í 3 enda tølunum, nú gánga 8 upp í 984, þess-vegna einnig í 18984.

VIII. R. med 9, þegar 9 gánga upp í summu siffranna, t. d: 1845, hvar summan er 18.

IX. R. med 10 minkaz øll sú tala, sem 9 hefir í endanum; med 100, sú er 00 hefir, med 1000, sú sem hefir 000.

X. R. vilie menn minka brot med 11, þá eru þriár reglur adgætandi:

a) er byriat á fyrsta tølustaf vid hægri hönd, at addera siffrunum, en hlaupit yfir adra hverja, verdi þá summa þessara stafa jøfn vid summu

ſummu hinna er yfir var hlaupit, má minka tøluna med 11, ſvo ſem 26752 2

	7	6
	2	5
	er 11	er 11

b) ef talan med ſomu adferd verdr misſtór, en ſú minni gengr þó upp í þeirri meiri, edr 11 í þeim bádum, þó þá megi optar hafa í einni tølu enn annari, þá má einnig minka med 11, til dæmis:

97845	9	
	8	7
	5	4
	22	11

c) má minka med 11 þegar eins er adfarit, en afgángrinn verdr jafn, ſvo ſem:

48543	4	
	5	8
	3	4
	frá 12	frá 12
	takaz 11	takaz 11
	er eptir 1	er eptir 1

XI. R. megi brotit ei minka eptir neinni af framanſkrifudum reglum, þá leita eg upp ſameginlegann deilir, med því móti, at eg deili nefnara brotſins med teliaranum, og þar eptir hvert ſinn deilirnum aptr med afgánginum, til dæmis: $\frac{415}{747}$, hvar 83, ſem eg leita at, verda ſamu deilir,

deilir (divisor communis) bædi teliara og nefnara, og giora hit mikla brot $\frac{415}{747}$ at $\frac{5}{9}$

415) 747 (1	332) 415 (1	83) 332 (4
415	332	332
332	83	000

her brúka eg þriár deilingar til at uppleita mer samdeilirinn 83, en deili síðan teliaranum 415 med 83, og fæ 5 í qvóta, eins nefnaranum med sömu 83, og fæ 9 í hlut, en eckert verdr eptir:

83) 415 (5 nýr tel-	83) 747 (9 nýr nefnari	
415 iari	747	$\frac{5}{9} = \frac{415}{747}$
000	000	

XII. R. Þegar menn þannig hafa leingi leitat at samdeilir, vill þat opt til, at seinazt framkemr 1, sem sýnir at brotit verdi ei minkat, en þá taka menn 1 frá edr bæta 1 annathvert vid teliara edr nefnara, allra helzt ef brotit er stórt, en merkir lítit, svo sem part úr β. edr þeßháttar, og minka brotit svo á eptir, til dæmis: $\frac{25612}{122888}$ β. giora menn at $\frac{25610}{122888}$ edr $\frac{5}{24}$ β. og er þá teliarinn 5, $\frac{1}{122888}$ β minni enn vera á, sem í tilliti til 1 β, er af miog litlu verdi.

§. 49.

Hvad mikit eitthvert brot se at verdi, er hægt at finna, ef madr veit í hvad marga parta sá heili verdr brotinn, med því móti: at margfalda þann heila tekinn í parta, med teliara brota-tölunnar, og deila því, sem þá kemr fram,

fram, med nefnaranum; kallaz þetta úrlausn brotsins (resolutio). til dæmis: hvad mikit eru $\frac{3}{4}$ af ríkisdal? nú verdr 1 ríkisdl. brotinn í 6 *mk.* edr 96 ß, þar fyri margfalda eg 96 ß, sem eru 1 rdl. med teliaranum 3, en deili pródúktinu med nefnaranum 4, og fæ 72 ß, á þenna hátt.

rdl. 96 ß
teliari 3

nefnari, sem her verdr deilir = 4) 288 (72 ß qvóti, sem merkir hit sama og $\frac{3}{4}$ af rd.
28
..8
8
0

med sama móti finn eg at:

$\frac{3}{4}$ af 1 *mk.* verda 12 ß, því 16 ß eru í 1 marki.
$\frac{2}{3}$ af 1 ß verda 8 peningar því 12 ß eru í 1 ß.
$\frac{4}{5}$ af *℔ℓ.* verda 16 *ℓℓ.*, því 20 *ℓℓ.* eru 1 *℔ℓ.*
$\frac{5}{8}$ af *ℓℓ.* verda 10 *ℓ.*, því 16 *ℓ.* eru 1 *ℓℓ.*
$\frac{3}{4}$ af lagartunnu verda 90 pottar, því 120 pottar eru í tunnu.

§. 50.

Eins og madr eptir næzt fyrisarandi §. getr komiz at merkingu brota-talna, hvert helldr þær reiknaz til peninga, vigtar, mælirs og svo fr. sem er mikit naudsynligt og brúkanlegra at setia enn þat brot, sem frambemr af deilingunni; til dæmis: ef eg vil skipta 15 rdlm. milli 4 persóna, verda í hlut $3\frac{3}{4}$ rdls. skrifa því helldr, svo allir sirax skilie, hvad serhverr hlotit hefir, 3 rd. 72 ß,

því

því teliarinn 3 merkir 72 ß; svo kann madr og, at giora þeßkonar úrleyst brot, sem ordin eru at heilli tølu, aptr at broti, ef menn bera teliara saman vid nefnara, eins og hverr þeirra er úrleystr og giordr at heilli tølu, en minka síðan báda eptir §. 47. og 48. til dæmis: 72 ß eru $\frac{72}{96}$ úr rdl., sem verda at nýju $\frac{3}{4}$ rds, sem þrir giordir at minzta broti, þetta kallaz heimleidsla (reductio) edr umbreyting brotsins til hins fyrra nafns, sem þat ádr hafdi, og er ecki annat enn prófun úrlausnar, (probatio resolutionis) samanber §. 49.

t. d: 12 ß verda $\frac{3}{4}$ mk, því 16 ß eru 1 mk.
8 ß verda $\frac{2}{3}$ ß, því 12 peníngar eru í 1 ß.
16 ℔. verda $\frac{4}{5}$ ſtk., því 20 ℔. eru 1 ſtk.
10 ℔. verda $\frac{5}{8}$ ℔., því 16 ℔. eru 1 ℔.
90 pottar verda $\frac{3}{4}$ tunnu, því 120 pottar eru í 1 tunnu.

9. Kapituli.

Um Samlagníngu brota-talna.

§. 51.

Hafi brotin sama nefnara, þá þarf ei annat, enn leggia teliarana saman, hversu margir sem eru, og setia undir summuna, brotanna samnefnara; en hafi brotin ei sama nefnara, þarf

ádr

ádr at útvega þeim samnefnara, eins og fyrisfrifat er í §. 46. en leggia sídan teliarana saman eptir því, sem nú var sagt. til dæmis: $\frac{1}{4}$ og $\frac{2}{4}$ eru $\frac{3}{4}$. ítem $\frac{2}{12}$ og $\frac{3}{12}$ og $\frac{4}{12}$ eru $\frac{9}{12}$ edr $\frac{3}{4}$. samnefndbr. $\frac{3}{4}$ og $\frac{4}{5}$ edr $\frac{15}{20}$ og $\frac{16}{20}$, eru $\frac{31}{20}$. misnefnd brot. $\frac{3}{4}$ og $\frac{4}{5}$ og $\frac{3}{5}$ edr $\frac{75}{100}$ og $\frac{80}{100}$ og $\frac{60}{100}$ eru $\frac{215}{100}$ edr $\frac{43}{20}$.

§. 52.

Þegar svo ber vid, sem opt skedr, at þeir samanløgdu teliarar verda stærri enn þeirra samnefnari, gefr slikt til kynna, at brotit er meira enn 1 heill, því þat framtelr fleiri parta enn eru í nefnaranum, hverr þó merkir 1 heilann; af því skal þá deila teliara med nefnara, en eins margir heilir koma í hlut, og teliarinn innibindr; verdi nockut afgángs af heilum, skrifa eg þat í teliara stad fyrir ofan strikit, og set þar undir nefnarann. svo verda í fyrifaranda dæmi $\frac{31}{20}$ at $1\frac{11}{20}$ og $\frac{43}{20}$ at $2\frac{3}{20}$.

10. Kapituli.
Um Frádragníngu brota-talna.

§. 53.

Hafi brotin sama nefnara, þá skal draga teliarana hvern frá ødrum, og undir afgáng-

inn ſkrifa nefnarann; en ſeu þau miſnefnd, ſkal þeim eptir §. 46, fyrſt ſá ſamnefnara, og því næzt draga minni teliarann frá þeim meiri, eins og ádr er ſagt.

t. d. frá $\frac{5}{6}$ tak $\frac{2}{6}$ gánga af $\frac{3}{6}$ edr $\frac{1}{2}$. ſamnefnd brot.
frá $\frac{4}{5}$ tak $\frac{3}{4}$, gengr af $\frac{1}{20}$. miſnefnd brot.

§. 54.

Egi brotna tölu at draga frá heilli, þá hlýtr at taka 1 af þeim heila í eins marga parta, og gefnir eru í nefnara brotſins, ſetia brot þetta (hvers teliari og nefnari verda jafnir eptir §. 43, af því at brotit merkir 1 heilann), aptan vid heilu töluna, ſem minkaz vid þat um 1, draga ſvo þat gefna brot frá þeſſu nýia broti; þat ſem þá gengr bædi af heilu og brotnu, ſýnir miſmuninn. til dæmis:

frá 6 ſkal draga $\frac{3}{4}$, ſkrifa eg: frá $5\frac{4}{4}$ dragaz $\frac{3}{4}$, gánga af $5\frac{1}{4}$.
frá 5 dragaz $\frac{2}{3}$, ſkrifa eg: frá $4\frac{3}{3}$ dragaz $\frac{2}{3}$, gánga af $4\frac{1}{3}$.

§. 55.

Ef blandna tölu á at draga frá blandinni, þá ſkal taka heilt frá heilu, en brot frá brotnu.

til dæmis: frá $9\frac{3}{4}$ tak $6\frac{1}{4}$ gánga af $3\frac{2}{4}$ edr $3\frac{1}{2}$.
frá $7\frac{2}{3}$ tak $5\frac{1}{2}$ gánga af $2\frac{1}{6}$.

Þat ber margopt vid, þegar draga á blanduar tölur hveria frá annari, at brotit, ſem minkaz á, er minna enn hitt brotit, ſem frá

frá verdr dregit, hvers vegna frádragning getr ei sked at svo vœrnn, hlýtr því af heilu tölunni, sem meiri er, at taka 1 heilann í jafna parta vid nefnara brotsins, er fylgdi þeirri meiri heilu tölu, og leggia teliara þessa brots, saman vid þann heila tekinn í parta, og draga sidan heilt og brotit frá heilu og brotnu, eins og nú var sagt.

til dœmis:

frá $8\frac{1}{3}$ tak $3\frac{2}{3}$, skrifaz: frá $7\frac{4}{3}$ tak $3\frac{2}{3}$, gánga af $4\frac{2}{3}$.
frá $6\frac{2}{5}$ tak $2\frac{3}{4}$, skrifaz: frá $5\frac{7}{5}$, tak $2\frac{3}{4}$ gánga af $3\frac{13}{20}$.

II. Kapituli.

Um Margföldun brota-talna.

§. 56.

Fyrst skal margfalda saman báda brotsins teliara, svo fær madr teliarann, sem ad var leitat, því nœzt báda nefnarana, hvert samnefndir eru edr ei, kemr þá fram retti nefnarinn.

til dœm: $\frac{3}{6}$ med $\frac{5}{6}$ verda $\frac{15}{36}$ edr $\frac{5}{12}$
$\frac{3}{4}$ med $\frac{4}{5}$ verda $\frac{12}{20}$ edr $\frac{3}{5}$

Til at giora margföldun í brota-tölum, sem audveldazta, og til þess at ei skuli koma svo stórt brot í pródúkt, at nýrrar heimleidslu

(reductionis) medpurfi, þá minka menn alztadar, hvar mogulegt er, teliarann í odru brotinu, á móti nefnara hins brotsins, og hendla svo framvegis eptir ádrsogdu. til dæmis:

$\frac{4}{5}$ med $\frac{2}{12}$ minkadir til $\frac{1}{5}$ og $\frac{1}{3}$ gisra $\frac{3}{15}$.

$\frac{5}{8}$ med $\frac{24}{25}$ minkadir til $\frac{1}{1}$ og $\frac{3}{5}$ gisra $\frac{3}{5}$.

Þegar eg hefi minkat teliarann í $\frac{4}{5}$ og nefnarann í $\frac{2}{12}$, þad er 4 og 12, med einni og sömu tolu 4, þá margfalda eg saman þau minkudu brot og fæ í stadinn fyri $\frac{8}{60}$, $\frac{2}{15}$, og ef eg brúka somu adferd tvívegis vid $\frac{5}{8}$ og $\frac{24}{25}$ nefnil. at minka 5 á móti 25, og 8 á móti 24, þá fæ eg í stadinn fyri $\frac{120}{200}$, $\frac{3}{5}$; er af því audsied, hvad miklu audveldari og betri þessi adferd se.

§. 57.

Egi brot at margfalda med heilli tolu, þá skal hin heila talan margfaldaz med teliaranum, og pródúktit edr sú tala, sem framkemr, deilaz med nefnaranum. til dæmis: ef 5 heila skal margfalda med $\frac{3}{4}$, koma $\frac{15}{4}$ edr $3\frac{3}{4}$ í pródúkt, edr se þat skrifat svo: $\frac{5}{1} \bowtie$ med $\frac{3}{4}$, kemr sama upp.

Tvær hofudreglur er at athuga, ef margfalda á brota-tolu med heilli, edr og heila tolu med broti:

1) annathvert skal margfalda teliara brotsins med heilu tolunni, til dæmis: $\frac{4}{5} \bowtie 3 = \frac{12}{5} = 2\frac{2}{5}$. $4 \bowtie \frac{3}{4} = \frac{12}{4} = 3$; edr og 2) skal nefnara brotsins deila med heilu tolunni; til dæmis: $\frac{3}{15} \bowtie 3 = \frac{3}{15} : 3 = \frac{3}{5}$; $5 \bowtie \frac{9}{20} = \frac{9}{20} : 5 = \frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$.

§. 58.

§. 58.

Ef blandnar tölur egu at margfaldaz saman, þá má annathvert margfalda (multiplicandum) edr margfaldandi töluna, sem bædi er heil og brotin, med þeim heila og brotna margfaldara, en leggia sídan pródúktin saman; edr og giora bádar heilu tölurnar at óeginlegu broti, og margfalda sídan teliara og nefnara saman, eptir §. 56. til dæmis uppá hvorttveggia:

$3\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{2}$ edr $\frac{7}{2}$
$4\frac{2}{3}$	$4\frac{2}{3}$ edr $\frac{14}{3}$
3×4 eru 12	$\frac{7}{2}$ og $\frac{14}{3}$ edr minkat $\frac{7}{1}$ og $\frac{7}{3}$ eru $4\frac{2}{3}$ edr $16\frac{1}{3}$.
$3 \times \frac{2}{3}$ eru 2	
$4 \times \frac{1}{2}$ eru 2	
$\frac{1}{2} \times \frac{2}{3}$ eru $\frac{1}{3}$	
$16\frac{1}{3}$	

Í fyrsta sinni margfalda eg fyrst heilt med heilu, þar næst þá efri heilu töluna med nedra brotinu, í þridia máta hit nedra heila med efra brotinu, loksins margfalda eg bædi brotin saman, og fæ $16\frac{1}{3}$ af $3\frac{1}{2}$ og $4\frac{2}{3}$ margföldunum til samans; í seinna sinni giori eg $3\frac{1}{2}$ at einu broti edr $\frac{7}{2}$, og $4\frac{2}{3}$ eins at $\frac{14}{3}$ eptir §. 43, og margfalda svo brotin saman eptir því, sem ádr er fyrisagt.

Merk: af því mørgum vidvaning mun undarligt þykia, at í margföldun brota-talna, skuli pródúktit af brotum, sem margfaldaz saman, ætíd verda minna, enn serhvert af þeim gefnu brotum, sem margfaldaz átiu, og ólikt því, sem skedr vid margföldun í heil-

um telum, þá er adgætandi, at margfaldan brota-talna, er eckert annat enn deiling, því vilie madr, til dæmis: margfalda 4 heila med $\frac{1}{2}$, þá verdr pródúktit ecki meir enn helmingrinn af 4, sem margfaldaz áttu, en þeim verdr í raun rettri skipt í tvo parta med margfölduninni:

$\frac{4}{1}$ med $\frac{1}{2}$ eru $\frac{4}{2}$ edr 2 heilir.

$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4} = \frac{1}{2} : 2$ (§. 60)

12. Kapituli.

Um Deilingu brota-talna.

§. 59.

Fyrst er umbillt brotinu, sem deila skal med, nefnil. teliarinn er settr í nefnarans stad, og nefnarinn í stad teliarans af því broti, sem deilt er med; til dæmis: ef deila á einhverju broti med $\frac{3}{4}$ þá skrifaz $\frac{4}{3}$ í stadinn, sídan verda þeßi tvø brot margföldut saman eins og ádr er sagt um brota margföldun, kemr þá út hinn retti qvóti.

til dæmis:

deil $\frac{3}{2}$ med $\frac{4}{5}$. deilirinn á at umbreytaz, og $\frac{3}{4} \times \frac{5}{4}$ giora $\frac{15}{16}$

$\frac{3}{7} : \frac{2}{3}$. umbreytt . . . . $\frac{3}{7} \times \frac{3}{2}$ giora $\frac{9}{14}$

§. 60.

Egi brota-tølu at deila med heilli, þá gióra menn ætíd brotsins teliara, ad teliara í qvóta, hvar undir pródúktit af heilu tølunni og nefnara brotsins er sett fyri nefnara. t. d.

deil $\frac{2}{3}$ med 4 og set svo, $\frac{2}{3} : \frac{4}{1}$, umbreytt $\frac{2}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{2}{12}$ edr $\frac{1}{6}$.

„ $\frac{3}{4}$ med 6 og set svo, $\frac{3}{4} : \frac{6}{1}$, umbreytt $\frac{3}{4} \times \frac{1}{6} = \frac{3}{24}$ edr $\frac{1}{8}$.

Af þessu er audskilit, at med heilli tølu megi brotinni deila med tvennu móti: 1) med því at margfalda nefnara brotsins med heilu tølunni; til dæmis: $\frac{2}{3} : 4 = \frac{2}{3} \times 4 = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$.

2) med því at deila teliaranum med heilu tølunni, hvar því verdr vidkomit.

til dæmis: $\frac{6}{7} : 3 = \frac{6:3}{7} = \frac{2}{7}$. $\frac{6}{7} \times 3 = \frac{6}{21} = \frac{2}{7}$.

§. 61.

Se heilli tølu deilt med brotinni, þá er brotinu umbreytt, sem ádr er sagt, en heila talan er margføldut med þeirri, sem þá er ordin at teliara, kemr þá út hinn retti qvóti.

til dæmis:

deil 4 med $\frac{2}{3}$ og set, $\frac{4}{1} : \frac{2}{3}$, umbr. $\frac{4}{1} \times \frac{3}{2} = \frac{12}{2}$ edr 6.

„ 6 med $\frac{3}{4}$ og set, $\frac{6}{1} : \frac{3}{4}$, umbr. $\frac{6}{1} \times \frac{4}{3} = \frac{24}{3}$ edr 8.

§. 62.

Þegar heil edr brotin tala edr og blønd-ud á at deilaz med blandadri, má ætíd gióra þær bløndnu tølur at einu broti, og reikna síd-

an eptir framanskrifudum reglum. til dæmis:

deil 4 med $2\frac{1}{2}$, þat er $\frac{4}{1}$ med $\frac{5}{2}$, umbr. $\frac{4}{1} \times \frac{2}{5}$ giorir $\frac{8}{5}$

$\frac{4}{5}$ med $3\frac{1}{2}$, þat er $\frac{4}{5}$ med $\frac{7}{2}$, umbr. $\frac{4}{5} \times \frac{2}{7}$ giorir $\frac{8}{35}$

$3\frac{2}{3}$ med $4\frac{1}{2}$, þat er $\frac{11}{3}$ med $\frac{9}{2}$, umbr. $\frac{11}{3} \times \frac{2}{9}$ giorir $\frac{22}{27}$

Merk: 1) þar sem brotit verdr minkat, þá er því ei helldr gleymt í brota deilíngu enn margføldun, hvar því verdr vid komit.

2) má komaz hiá at útvega tveimur brotum samnefnara í brota deilíngu, sem annars yrdi at vera, med því at snúa því upp, sem nidr er á deilir, og asliúka deilínguunni med margføldun, sem er lángtum hægra, en kemr þó nidr í sama stad.

§. 63.

Brota-brot (fractio fracta) heitir þat brot, í hverju annathvert teliari edr nefnari, ellegar og bádir til samans, eru brotnir; til dæmis: ef eg tek 1 rd. í 2 parta og deili serhverium parti aptr í 3 jafna parta, þá kalla eg koma í hlut $\frac{1}{3}$ af $\frac{1}{2}$ rdl. og sie um leid, at 6 þvílíkir partar eru í heilum rdl., fyrst 3 vóru í $\frac{1}{2}$; vegna þess er $\frac{1}{3}$ af $\frac{1}{2}$, sem svo skrifaz $\frac{1}{2}$, hit sama og $\frac{1}{6}$.

Adferdin til at giora brota-brot at almennu broti, er ei önnur enn sú, at teliara þessa brots er deilt med nefnaranum, med sama móti

móti, og nýlega er sýnt í deilingu brota-talna. til dæmis:

$\frac{1}{2}{:}3 = \frac{1}{6}$; $\frac{2}{7}{:}7 = \frac{2}{3} \times 7 = \frac{2}{21}$

$\frac{6}{1}{:}6 = \frac{3}{5}{:}\frac{6}{1} = \frac{3}{5} \times \frac{5}{3} = \frac{30}{3} = 10.$

$\frac{1}{2}{:}\frac{2}{3}$ edr $\frac{1}{2}$ skal deilt með $\frac{2}{3} = \frac{1}{2} : \frac{2}{3} = \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} = \frac{6}{4}$

$2\frac{1}{2}{:}4 = \frac{5}{2}{:}4 = \frac{5}{8}$;

$\frac{3\frac{1}{4}}{4\frac{2}{3}} = \frac{13\frac{3}{4}}{14\frac{2}{3}} = 13\frac{3}{4} : 14\frac{2}{3} = 13\frac{3}{4} \times \frac{3}{14} = \frac{39}{56}.$

13. Kapituli.

Um Tuga-brot.

§. 64.

Tuga-brot (fractiones decimales) kallaz þau brot, hverra nefnarar eru 10, 100, 1000, 10000, 100000, 1000000, o. sv. fr. edr pródúkt af tugum, t. d: brotin $\frac{3}{10}$, $\frac{13}{100}$, $\frac{342}{1000}$, $\frac{57623}{100000}$ og sv. fr. heita öll tuga brot; Í þeßum brotum er nefnarinn ecki skrifadr, heldr einúngis teliarinn, sem adgreindr er frá heilu tölunni med litlu striki (,), en se eckert heilt til, þá er o sett framan strikit, þó er, um leid og þeßháttar brot skrifaz, adgætt, at í teliara verdi

jafnmargar ſiffrur, og o egu at vera í nefnara; til dæmis: $\frac{3}{10}$ ſkrifa eg þá 0,3, her er ei nema ſiffran 3 í teliara, vegna þeß at í nefnaranum 10, er ei nema eitt o; eins er her ſett o, fyri framan ſtrikit, vegna þeß at eingir vóru til heilir; $\frac{13}{100}$ ſkrifa eg: 0, 13; $\frac{349}{1000}$ eins 0, 349; $5\frac{7}{100}$ ſkrifa eg 5, 07; þat er: 5 heila ſet eg framan ſtrikit, en þar eg ſie at 2 eru o í nefnara, þá verd eg at bæta einù o framan vid 7, til þeß at teliarinn hafi nógu margar ſiffrur, og 7 ſtandi þó á ſínum retta einínga ſtad; því ef eg ſetti 5, 7, þá væri þat ei nema 5 heilir og $\frac{7}{10}$, og ef eg ſkrifadi 5, 70, edr ſetti o fyrir aptan 7, þá yrdi þat $5\frac{70}{100}$, ſem hvorttveggia er rángt.

I. Dæmi: eg vil vita hvad þetta ſe mikit: 342,00073; 342 heilir eru audpecktir, en til þeß at vita hverr nefnarinn ſe til 73, ſem eg ſie í enda brotſins, þá tel eg ſiffrurnar í brotinu, og ſie at þær eru 5; nú veit eg at í nefnara eru eins mørg o, og 1 ſtendr ætíd fyri framan þau, nefnarinn verdr því 100000, og brotit 342,00073 verdr $= 342\frac{73}{100000}$.

II. Dæmi: 0,0103, hvad er þat mikit? ſvar einginn heill, en $\frac{103}{10000}$.

III. Dæmi: 25, 8364 verdr allt eins, $= 25\frac{8364}{10000} = 25\frac{8364}{10000} = 25 + \frac{8}{10} + \frac{3}{100} + \frac{6}{1000} + \frac{4}{10000}$

§. 65.

Af þeßu er lióſt, at ſiffranna gildi eykz eptir því, í tuga-brotum, ſem þær eru fleiri í teliara

teliara, og gengr fram frá vinstri til hægri handar, þar sem annara talna merking gengr fram til vinstri handar frá hægri, svo at hver stiffra gildir 10sinnum meira við hvert rúm, sem hún kemz í nær hægri hendi, enn í næzta rúmi at framan, og þvert á móti 10sinnum minna við hvert rúm, sem nær kemr vinstri hendi; til dæmis: 0,3, eru ei nema $\frac{3}{10}$, 0,03 eru $= \frac{3}{100}$; 0,003 $= \frac{3}{1000}$, og 0,0003 $= \frac{3}{10000}$; Tugabrot eru opt brúkut í mælingarfræðinni, vegna þess at þau eru sídr ruglingslig í reikningi, enn þau almennu, því með þeim er reiknat eins og þau væru ei brotin, heldr heilar tolur, sem hægra er miklu og fliótara; líka er audsenari merking og gildi tuga-brota, enn þeirra almennu.

§. 66.

Nú verdr spurt: hvorsu almenn brot megi gióra at tuga-broti? og er þá reglan: at teliara brotsins skuli margfalda með þeim nefnara, sem eg vil at verdi í tugabrotinu, hvort heldr hann þá er 10, 100, 1000, edr enn þá meiri, en pródúktinu deila með hinum forna nefnara brotsins, finn eg þá teliara tugabrotsins, en nefnarann hefi eg ádr kosit; til dæmis: eg vil gióra $\frac{4}{5}$ at tugabroti, og se nefnarinn 100, teliarinn verdr $= \frac{4 \times 100}{5}$, þat er, eg margfalda teliarann 4 með 100, og fæ 409 í pródúkt, þessu deili eg

aptr

aptr med nefnaranum 5, og fæ í qvóta 80; verda því $\frac{4}{5} = \frac{80}{100} = 0,80$; $\frac{3}{4}$ med nefnara 1000, verda $= \frac{3 \times 1000 : 4}{1000} = \frac{3000 : 4}{1000} = \frac{750}{1000} = 0,750$; $4\frac{5}{18} = \frac{69}{18}$, þeßa $\frac{69}{18}$ vil eg gióra at tugabroti, eg margfalda fyrst teliarann 69 med 1000 til reynslu, og fæ 69000 í próduct; því deili eg med nefnaranum 16, og fæ í hlut 4312, en 8 gánga af, verdr því at bæta vid einu 0, og reyna hvert 16 geti nú ei gengit upp, 16 í 80, hefi eg 5sinnum, gengr eckert af, en eg fæ í qvóta: 43125, af þeim sker eg 4 at framan, sem vegna þeß verda heilir, at eg í fyrstu giordi 4 heila at óeginlegu broti, en hitt verdr tugabrot og $= 4,3125$; eg sie um leid, at oflitit var at taka 1000 fyri nefnara, en 10000 mátulegt, eins og eg seinna giordi, þá o bætta eg vid.

Pat ber stundum vid, at nefnari gengr ei upp í teliara, hvørsu morgum núllum, sem vid hann er bætt; til dæmis: ef $\frac{1}{3}$ ætti at gióra at tugabroti (því 1 gengr ætíd af, þegar eg deili 10 med 3), en madr lætr sér nægia þegar nefnarinn er ordinn miog stór, því þá er munrinn næzta litill, og gef eg þá ei svo mikit um, þó $\frac{1}{1000000}$ edr minni partr gángi af; þó bæti eg vid fleiri núllum, og deili at nýiu, ef enn þá minnu skal mismuna.

§. 67.

Vid samlagníngu tugabrota er allt eins adfarit, og þó heilar tölur ætti saman at leggia, ein-

einúngis ríðr á at heilu tölurnar, sem strikit afmarkar, standi rett hver niðrundan annari, þat er at skilia: einíngar undir einíngum, tugir undir tugum, 100rud undir 100rúdum o. sv. fr. en strax fyrir aptan strikin, sem adskilia heilt og brotit, skal skrifa tugabrotin eins og þau eru, hvert niðrundan öðru frá hægri hönd til vinstri, því þó brotin gángi mislángt fram til hægri handar, þá vardar þat eins litlu, og þó heilar tölur, sem samanleggiaz egu, gángi ójafnt fram til vinstri handar; síðan er samanlagt eins og heilt væri, bædi tugabrotin og eins heilu tölurnar, en af summunni skal afmarka eins margar siffrur, frá hægri hönd til vinstri, og hit mesta tugabrot hefir margar; þær, sem eg afsker, verða brot í summunni, en hitt eru heilar tölur; í raun rettri þarf ei annat enn at giöra þeßa adgreining í summunni rett niðr undan efri strikunum, sem adskilia heilt og brotit, ef tölurnar standa rett hver niðrundan annari, til dæmis:

samlegg=	87,3472
endr:	9,78649
	382,503
summa	479,63669.

§. 68.

§. 68.

Frádragning tugabrota er øll hin sama, og í heilum tølum; heilt og brotit skrifaz eins og nú var sagt um samlagníngu og þegar búit er at draga brotin hvert frá øðru, giøra menn þar strik, sem adgreini heilt og brotit, undan efri strikunum, áður enn heilu tølurnar eru dregnar hver frá annari. Sé minkandi síffran minni enn sú, sem frá skal dregin, þá er handa brotunum, tekit til láns af fremri síffrunum eptir venju, allt eins og heilt væri, og sett núll í efri røðinni, þá er allt eins frádregit, og í þeim stæðu o, þó má ei sylla upp auðu rúmin med núllum, því þat giørir rugling og óleysiliga røskun í rettu brotunum.

Dæmi: minkandi 3 4,0 7
frádragandi 8,5 6 3 4
mismunr 2 5,5 0 6 6

§. 69.

Ef tugabrot egu at margfaldaz saman, þá er adferdin allt eins og í heilum tølum, því eg margfalda heilt og brotit saman, og brot med broti, og lít þá ei neitt eptir strikunum, sem adgreina brota-tølu frá heilli, en af pródúktinu afsker eg eins margar síffrur, frá hægri til vinstri handar; og margar eru í báðum giør-

endum

endum brotsins; þeßar afskornu skyna hit nyia tugabrot, en hitt, sem afgengr, hvad margir at verdi heilir. til dæmis: ef 3,425 egu at margfaldaz med 3,2 þá skrifa eg þat svo:

3425 × 32

$$\begin{array}{r} 3425 \\ 32 \\ \hline 6850 \\ 10275 \\ \hline 109600. \end{array}$$

Af pródúktinu 109600 afsker eg 4 þær vptuztu siffrur, því brot-siffrurnar í bádum gisrendum eru alls 4, verdr svo pródúktit 10, 9600, þat er: 10 heilir og $\frac{9600}{10000} = 10\frac{96}{100} = 10,96$; $0,007 \times 0,18. = \frac{7}{1000} \times \frac{18}{100} = \frac{126}{100000} = 0,00126.$

§. 70.

Tuga-brotum skal deila eins og heil væru og ei lita neitt eptir strikunum, en aptan af hluta-tolunni afskera eins margar siffrur, sem verda egu tugabrot í qvótanum, og deillandi hefir fleiri brotsiffrur enn deilir. t. d.

$0,512 : 0,8. = 0,64.$ $\frac{512}{1000} : \frac{8}{10} = \frac{512}{1000} \times \frac{10}{8}$

$= \frac{5120}{8000} \left| \frac{0}{0} \right. = \frac{64}{100} = \frac{16}{25}$

$$\begin{array}{r|l} 512 & 8 \\ 48 & 64 \\ \hline 32 & \\ 32 & \\ \hline 00 & \end{array}$$

þegar eg deili 512 med 8, fæ eg 64 í hlut; en vegna þeß at deilandi hefir 2 siffrur fleiri enn deilir, svo verda líka 64 óskerdtir, tugabrot í qvótanum, þat er: 0,512 : 0,8 gefa 0,64 í hlut; sama verdr þó nefnararnir sen skrifadir og reiknat se eins og vant er, þegar ödrum brotum er deilt.

Se

Se einúngis tugabrot í deilanda, en heil tala í deilir, þá egu eins margar ſiffrur at verda tugabrot í qvótanum og brotſiffrur eru í deilanda. t. d.

$58,608 : 8 = \frac{58608}{1000} : 8 = \frac{7326}{1000} = 7,326.$

$58,608 : 8 = 58608 : 8 = 7326 = 7,326.$

Hafi deilandi færri ſiffrur enn deilir, þá ſkal bæta ſvo mørgum núllum aptan vid deilanda, at deilirinn verdi, at minzta koſti, hafdr þarí 1ſinni, og þá, er þat heil tala, ſem kemr í hlut; t. d: $0,27 : 0,45 = 0,270 : 0,45 = 6.$ Því þegar eg bæti einu o í tugabrotum vid teliarann, þá bætiz um leid eins mikit vid nefnarann, ſvo at gildi brotſins er þó hit ſama, því $0,27 = \frac{27}{100}$ og $0,270 = \frac{270}{1000}$; $\frac{27}{100} = \frac{27}{100}|\frac{0}{0}$; en $270 : 45 = 6.$

14. Kapituli.

Um Líkindi og Samjofnud.

§. 71.

Þegar menn bera tvær ſtærdir hveria mót annari, þá er adgætt: hver líkindi (ratio) edr ſtærdarmunr þeirra ſe, og má hann finna annathvort med frádragníngu, þegar eg dreg þá minni

minni stærd frá meiri, til dæmis: líkindin á milli 12 og 4 finn eg at eru 8, því 12 — 4 = 8 og heita þvílik tølulig edr arithmetísk líkindi (ratio arithmetica); ellegar og med deilingu, þegar eg gæti ad: hversu opt at meiri stærdin innibindi þá minni, til dæmis: ef eg deili 12 med 4, þá sýnir qvótinn 3 mer: at 12 seu 3sinnum stærri enn 4, og þat seu líkindin á milli 12 og 4; til adgreiningar frá hinum fyrri, kallaz þvílik jardmállig edr geómetrísk (ratio geometrica); almennazt er talat um geómetrísk, þegar líkindi eru nefnd, en ei tiltekit hverslags. Stærd arithmetískra líkinda, kalla menn líkinda-nafn (nomen rationis), en þeirra geómetrísku heitir vísir (exponens) til dæmis: 3 eru líkinda-nafn á milli 7 og 4, en 3 eru vísir á milli 12 og 4, því 4 í 12 hefi eg 3svarsinnum.

§. 72.

Af tveim jøfnum líkindum verdr samjøfnudr (proportio), sem annathvert er arithmetísk edr geómetrísk, eptir því sem líkindin, sem í samjøfnudi finnaz, eru arithmetísk edr og geómetrísk; en þegar talat er blátt áfram um samjøfnud, og ei tiltekit, af hverju helzt tagi hann se, þá er meiningin um geómetrísk; á milli líkindanna í samjøfnudi, er sett jafnadar-merkit =, en á milli stærdanna,

sem eru í hverium líkindum, er sett lángstrik —, ef þau eru arithmetísk, til dæmis: 7 — 4 = 11 — 8, en tveir púnktar : edr deilíngar merki sen þau geómetrísk. til dæmis: 12 : 4 = 15 : 5, þat er: at 7 á móti edr samlíktir vid 4 sen allt eins og 11 á móti 8, og 12 á móti 4 eins og 15 á móti 5. Í serhverju líkinda eru 2 lidir, til dæmis: 7 — 4, edr 12 : 4, af hverium hinn fyrri nefniz fyrirrennari (antecedens), til dæmis: 7 og 12, en hinn sídari eptirfari (conseqvens), til dæmis: 4, en vegna þess, at í hverium samjøfnudi eru 2 líkindi, þá hefir hann og 4 lidu, til dæmis: $\underset{(1)}{7} - \underset{(2)}{4} = \underset{(3)}{11} - \underset{(4)}{8}$

§. 73.

Af því at 2 jafnstór líkindi eru í samjøfnudi, þá ega og líkindin at hafa sama líkinda-nafn edr vísir, því vísir og líkinda-nafn er ætíd meira í stærri, enn minni líkindum.

Af 4um lidum samjafnadar nefniz sá fyrsti og 3die eins og hinn 2ar og 4di samstædir lidir (termini homologi), 1ti og 4di lidr heita til samans enda-lidir (termini extremi), en 2ar og 3ie midlidir (termini medii). Þat heitir at samjøfnudr hángi saman (proportio continua), ef sama tala finzt í bádum mid-

midlidum, og heitir hún þá líka midlúngs-tala (media proportionalis). t. d. 4 — 9 = 9 — 14, og eru her 9 midlúngs-talan, þat er at skilia, á milli ytstu lidanna.

§. 74.

Í serhverium arithmetiskum samjøfnudi er summa enda-lida jafnstór vid summu midlida. til dæmis: 5 — 8 = 18 — 21

5 + 21 = 8 + 18 = 26.

en í geómetriskum samjøfnudi er pródúkt af endalidum jafnstórt pródúkti midlida. t. d.

4 : 12 = 6 : 18; 4 × 18 = 12 × 6 = 72

Se jøfnudr samanhángandi, þá er summa endalida tvøfold vid serhvern midlida, ef arithmetiskr jøfnudr er; en se hann geómetriskr, þá er pródúkt endalida eins stórt, og qvadrat-tala annars midlidar; til dæmis:

8 — 14 = 14 — 20; 8 + 20 = 14 × 2 = 28.

8 : 16 = 16 : 32; 8 × 32 = 16^2 = 256.

Merk: 16^2 er hit sama og qvadrat-talan af 16, edr 16 margfaldadir med 16.

§. 75.

Vilie menn finna hinn 4da edr seinni endalid, sem ókendr er í arithmetiskum jøfnudi, til dæmis: 5 — 12 = 8 — ", þá er ei annar vandinn, enn at draga hinn endalidinn, sem

gefinn er, frá summu beggia midlida: í þeßu dæmi er hinn ókendi lidr = 12 + 8 − 5 = 15, því summa midlida er 20, nú á summa endalida at vera eins stór, og því verdr hinn ókendi lidr at vera 15, fyrst at hinn endalidrinn er ei nema 5; Sem er adferdin, hvern af endalidunum, sem finna á. Í geómetrískum jøfnudi þarf ei helldr annat, til at finna ókendann endalid, ef annar er gefinn, enn at deila pródúkti midlida, med þeim gefna endalid. t. d. " : 24 = 6 : 18 þegar eg nú vil finna hvad hinn ókendi se, þá margfalda eg midlidu og fæ í pródúkt 144, þeim deili eg aptr med þeim gefna endalid 18, og fæ í qvóta 8, er jafngilda þeim ókenda lid, sem er = $\frac{24 \times 6}{18} = \frac{144}{18} = 8$ nú vil eg í sama jøfnudi finna hinn seinna endalid, til dæmis: 8 : 24 = 6 : ", og er eins adfarit; því þegar eg deili pródúkti midlida med endalidinum 8, þá finn eg hinn ókenda 18, edr = $\frac{24 \times 6}{8} = \frac{144}{8} = 8$. Af þeßu siezt at þvílikr jafnada-reikningr se hit sama og þriggia lida regla, sem her á eptir mun synd, og at í henni se ætíd álíkr jøfnudr. Sú er annur adferd til at finna ókenda lidu, at reikna med líkinda-nafni í arithmetískum samjøfnudi, en med vísir í geómetrískum, t. d. vilie eg finna 4da lid í þeßum jøfnudi 6 — 12 = 7 — ", þá sie eg at líkinda-nafn á milli 6 og 12 eru 6, edr at 12 eru svo miklu stærri enn 6, og um leid, at sama líkinda-

líkinda-nafn og stærdar-munr egi at vera á milli 7 og ″, bæti því líkinda-nafninu 6 vid 7, og fæ 13, sem jafngilda hinum ókenda lid er eg leitadi ad; Í þessum jöfnudi 6 : 24 = 7 : ″ sje eg at vísirinn er 4, og þarf því ei annat til at finna 4da lid, enn margfalda 7 med vísirnum 4, verda þá 28 = lidnum, sem eg vildi finna. Ecki er vanda-meira at finna midlid ef annar er gefinn til dæmis: 6 — 8 = ″ — 14, því hér er dreginn sá gefni midlidr frá summu endalidanna, þat er 8 frá 20, og verdr þá hinn ókendi = 12; en í geómetrískum jöfnudi, er pródúkti endalida deilt med hinum gefna midlid t. d. 3 : ″ = 8 : 32 og verdr þá ókendi lidrinn $= \frac{32 \times 3}{8} = \frac{96}{8} = 12$.

§. 76.

Ef midlúngs tölu á at finna í samanhángandi geómetrískum jöfnudi, þá er hún ætíd jöfn qvadrat-rótinni *) af pródúkti beggja endalida. til dæmis:

4 : ″ = ″ : 16 midlúngs-talan verdr

$= \sqrt{(16 \times 4)} = \sqrt{64} = 8$

og þá er jöfnudrinn 4 : 8 = 8 : 16.

*) Um qvadrat-rótina og hennar útdrátt, sjá sídar 25. Kap.

Í arithmetíſkum ſamanhángandi jøfnudi, er midlúngs-talan ætíd helmíngr af ſummu beggja endalida; til dæmis: 3 — " = " — 15. og verdr þá midlúngs-talan $= \frac{15 + 3}{2} = \frac{18}{2} = 9$

Eptir þeßari reglu má finna arithmetíſka midlúngs-tølu á milli fleiri talna enn tveggja, med því at deila ſummu talnanna med þeirra fiølda, til dæmis: 5 bátar gengu á vertíd til fiſkis, hinn 1ti feck 345 til hlutar

2ar	= 280	=	
3ie	= 328	=	
4di	= 302	=	
5ti	= 339	=	
Summa	= 1594	5	
	15..	$318\frac{4}{5}$	
	.9.		
	5.		
	44		
	40		
	4		

hverr var þar medal-abli? svar $318\frac{4}{5}$. her ſummera eg alla hlutina, og deili ſídan ſummunni med 5 ſem er hluta-fiølldinn, af hverium eg vildi finna mer midlúngs-tølu.

§. 77.

Med hmisligu móti má umbilta lidum í ſamjøfnudi, taka af þeim og vidauka, án þeß at jøfnudr líkinda þar vid ſpilliz. til dæmis: þeßum jøfnudi:

2 : 4

2 : 4 = 3 : 6, má svo breyta:
2 : 3 = 4 : 6, þat heitir á víxl (alternando)
4 : 2 = 6 : 3 " " umhverft (invertendo)

en 2 : 4 = 3 : 6
og 4 : 8 = 6 : 12 } set eg regiulega (ordinate)

en 2 : 8 = 3 : 12 eru þá ex æqvo et ordinate. Her dreg eg út 4 og 4, eins 6 og 6, af því at þeßar tølur, gánga upp hver á móti annari; en af lidunum, sem eptir eru, verdr þó þeßi jøfnudr, 2 : 8 = 3 : 12, allt eins rettr; en setti madr : 8 : 4 = XZ : 6
og 4 : 3 = 16 : XZ

Þá heitir at 8 : 3 = 16 : 6 seu ex æqvo et perturbate proportionales, því tølurnar 12 og 12 í þeim tveimur síðari líkindum gánga upp hver á móti annari í øfugri vrdu, hvad sjá má, se þetta samanborit vid hit fyrra dæmit ex æqvo et ordinate. Þeß er og at gæta, at ei raskaz líkinda jøfnudr, þó samstædir lidir seu margfaldadir, edr og þó þeim verdi deilt med einni og sømu tølu; til dæmis:

6 : 12 = 4 : 8	6 : 12 = 4 : 8
6 × 3 : 12 = 4 × 3 : 8	6 : $\frac{12}{4}$ = 4 : $\frac{8}{4}$
18 : 12 = 12 : 8	6 : 3 = 4 : 2

og er her audsied, at eins og 8 eru $\frac{2}{3}$ af 12, svo eru og 12, $\frac{2}{3}$ af 18. Þat er og medal annars, ætíd víst merki uppá, at jøfnudr se rettr, ef menn skrifa serhvert líkindi í brotsformi, og brotin sídan reynaz jafnstór. til dæmis:

6 : 12 = 4 : 8 $\frac{6}{12} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$.

Dæmi uppá brúkun og nytsemi jafnadar-reikníngs, þarf því síðr hér til at færa, sem allar þær Reglur er hér eptir munu fyndar verða, eru einúngis byggdar og grundvalladar á jafnada-reikníngi.

15. Kapituli.

Um Tölu-hlaup (Progressionem).

§. 78.

Yfir höfud nefna menn þat Tölu-hlaup (progressionem), þegar serhverr lidr eda tala, sem stendr í talnaröðum, framleidiz af annari eptir hinni sömu reglu og nidrskipan, til dæmis: 1, 3, 5, 7, 9, 11, o. sv. fr.

Tölu-hlaup eru tvennslags: arithmetísk og geómetrísk, og serhvert þessara enn aptr tvennslags, nefnilega: upp- og nidr-stígandi, þat er: vaxandi og minkandi. Þau arithmetísku tölu-hlaup eru ei annat, enn sífelldr og samanhángandi arithmetískr jöfnudr; en þau geómetrísku sífelldr og samanhángandi geómetrískr jöfnudr; til dæmis:

arith-

arithmetiſkr jøfnuðr	geómetriſkr jøfnuðr
4 — 6 = 6 — 8	2 : 6 = 6 : 18
6 — 8 = 8 — 10	6 : 18 = 18 : 54.
8 — 10 = 10 — 12	18 : 54 = 54 : 162
10 — 12 = 12 — 14	54 : 162 = 162 : 486
12 — 14 = 14 — 16	162 : 486 = 486 : 1458
14 — 16 = 16 — 18	486 : 1458 = 1458 : 4374.
16 — 18 = 18 — 20	1458 : 4374 = 4374 : 13122
Þau arithmetiſku tøluhlaup her af verða: 4 — 6 — 8 — 10 — 12 — 14 — 16 — 18 — 20.	Þau geómetriſku tøluhlaup her af verða: 2 — 6 — 18 — 54 — 162 — 486 — 1458 — 4374 — 13122.

Af ofanſkrifnum jafnaða-reikníngi ſiezt, at ſerhverr eptirfylgiandi liðr framkemr af þeim næzt undangengna eptir ſømu reglu og niðrſkipan, þat er: eptir ſama líkinda-nafni og víſir; því líkinda-nafn í þeim arithmetiſka jøfnuði er her 2, og ſá er líka munrinn á ſerhverium fylgiandi lið í tøluhlaupinu ſiálfu; í þeim geómetriſka jøfnuði er víſirinn 3, og því er líka ſerhverr fylgiandi liðr í þeſſu tøluhlaupi 3ſvarſinnum ſtærri, enn hinn næzti at framan.

§. 79.

Í arithmetiſku tøluhlaupi, er ſumman af øllum liðunum, jøfn við ſummu beggia endaliða, margfaldaða með tøluhlaupſins hálfum liðafiøldа. til dæmis, af þeſſu tøluhlaupi: 1 — 2 — 3 — 4 — 5 — 6 — 7 — 8 — 9 — 10, er ſumman = (1 + 10) × 5 = 55; því endaliðirnir eru tilſamans 11, og þeſſir 11 margfaldaðir með 5, eðr hálfum liðafiøldanum, ſýna ſummuna 55.

Af tøluhlaupinu: 3—5—7—9—11—13—15—17—19 er summan = (3 + 19) × $4\frac{1}{2}$ = $\frac{22}{1} \times \frac{9}{2} = \frac{198}{2} = 99$. Summan af endalidum, edr af 3 og 19 er 22, sem margfaldaz egu med $4\frac{1}{2}$ edr helmingi lidafiøldans, sem er 9; eg giøri her $4\frac{1}{2}$ at óeginligu broti, edr $\frac{9}{2}$ og eins 22 heila, med því at setia 1. í nefnara stad, margfalda svo saman brotin $\frac{22}{1}$ og $\frac{9}{2}$, og fæ $\frac{198}{2}$ edr 99 í pródúkt, sem er summa tøluhlaupsins.

§. 80.

Vilie menn finna lida-fiølldann, þá er dreginn minzti lidrinn frá þeim mesta, afgángirum sundr-skipt med líkinda-nafni tøluhlaupsins, og 1 lagdr til þess, sem kemr í qvóta; reyn dæmit §. 79.

1—2—3—4—5—6—7—8—9—10.

Her dreg eg 1 frá 10, eru eptir 9, þessum 9 á at sundrskipta med líkinda-nafninu, sem er 1, en vegna þess 1 sundrskiptir ecki, þá verda 9 í qvóta, hvar til 1 skal lagdr, sem giørir 10, og svo margir eru tøluhlaupslidirnir.

§. 81.

Se fyrsti lidr gefinn, lida-fiølldinn og líkinda-nafnit, þá finzt seinazti lidrinn, ef madr dregr 1 í uppstiganda tølu hlaupi, frá lidafiøldanum, en margfaldar þat eptir verdr med líkinda-nafninu, og leggr svo fyrsta lidinn saman vid þat, sem framkemr, til dæmis:

1—3—5—7—9—11—13—15—17—19. her verdr

lida-

lida-talan 10, þar frá dreginn 1 lætr eptir 9, sem margfaldadir med líkinda-nafninu 2, gióra 18, en ef þar til er lagdr fyrsti lidr 1 verda 19, sem er seinazti lidrinn, ad hvorium spurt var. Se þar á mót tølu-hlaupit nidrstíganda, þá finzt seinazti lidrinn, ef madr dregr 1 frá lida-fiøldanum, og margfaldar þat eptir verdr med líkinda-nafninu, dregr þat sem sídan framkemr, frá fyrsta og stærsta lidnum; reyn sama dæmi umbillt: 19 — 17 — 15 — 13 — 11 — 9 — 7 — 5 — 3 — 1, her verdr lida-talan 10 eins og fyrri, þar frá dreginn 1, lætr eptir 9, þeir margfaldadir med 2, sem er líkinda nafnit, gióra 18, þessir 18 dregnir frá 19, fyrsta og stærsta lid í tølu-hlaupinu skilia 1 eptir, sem er fyrsti lidr í þessu nidrstíganda tølu-hlaupi.

§. 82.

Se seinazti lidr gefinn, lida-fiøldinn og þeirra summa, er fyrsti lidr audfundinn, ef summu tølu-hlaupsins er sundrskipt med lida-fiøldanum og seinazti lidr dreginn frá tvøføldum qvótanum; reyn dæmit §. 79.

1 — 2 — 3 — 4 — 5 — 6 — 7 — 8 — 9 — 10.

her er seinazti lidr 10, lidirnir og svo 10, og summa þeirra 55; þessi summa sundrskipt med lida-fiøldanum 10, gefr $5\frac{1}{2}$ í qvóta, sá qvóti tvøfaldadr, gierir 11, frá hverium seinazti lidr 10 er dreginn, og verdr eptir 1, sem er fyrsti lidr, er um var spurt.

§. 83.

§. 83.

Se fyrsti og seinazti lidr ásamt lida-fiøldanum gesinn, finzt líkinda-nafnit, bædi í vaxandi og minkandi tøluhlaupi, se minni lidrinn dreginn frá þeim meiri, en afgánginum deilt med lida-fiøldanum, frá hverium 1 skal ádr tekinn. til dæmis:

28—25—22—19—16—13—10—7—4—1, her er fyrsti lidr 28, en seinazti 1, og lida fiøldinn 10, seinazta lid dreg eg frá fyrsta lid 28, verda eptir 27, þeim deili eg med lida-fiøldanum minkudum um 1. þat er, med 9, verda 3 í hlut, og er þat líkinda-nafnit í þessu tøluhlaupi, sem ad var spurt. Sama kemr og fram, þó dæminu se umbillt, og tølu-hlaupit vaxi, í stadinn fyri at þat fer her minkandi.

§. 84.

Ef liduna á saman at leggia í geómetrísku tøluhlaupi, þá skal

1) adgæta, hverr at se vísir (numerus radicalis s. exponens) í tøluhlaupinu hvad audveldliga siez af fyrstu lidunum, t. d. 2—4—8, hvar hverr fylgiandi lidr er tvøfaldr vid hinn fyrri, þess vegna er þar og vísirinn 2.

2) á med vísirnum at margfalda seinazta lid í tøluhlaupinu.

3) skal frá pródúktinu draga fyrsta lid og

4) skipta

4) ſkipta þvi ſem eptir verdr med víſirunum minkudum um 1, kemr þá fram ſú retta ſumma, er um var ſpurt, til dæmis: 1—2—4—8—16—32—64—128—256—512; her ſie eg: at víſirinn er 2, med þeim 2 margfalda eg 512, ſem er seinazti lidr í tøluhlaupinu, og fæ í pródúkt 1024, frá þeßum 1024 dreg eg fyrſta lid, ſem er 1, en hinum 1023, ſem eptir eru, á eg at deila med víſirnum 2 minkudum um 1, þat er med 1, en vegna þeß at ecki verdr ſkipt med 1, þá ſie eg at 1023 er ſumma lidanna, ſem eg leitadi ad. 1, 3, 9, 27, 81, 243, 729, 2187, 6561.

6561
3
19683
1
19682

19682 | 2
9841

Í þeßu tøluhlaupi verdr ſumma lidanna = 9841.

§. 85.

Setie menn arithmetiſk og geómetriſk tøluhlaup hvert vid hlidina á ødru, þá er hægt at finna þá 4du jafnadartølu í geómetríſkum jøfnudi, af því arithmetíſka tøluhlaupi, ſem her til hlidar ſtendr, einúngis med ſamlagníng og frádragníngu, þar ſem eg annars mætti uppleita hana med miklu ónæki

arithmetiſk tølu	geómetriſk hlaup.
1	= = ſ 2
3	= = = 6
5	= ſ = 18
7	= = ſ 54
9	= = 162
11	ſ = 486
13	ſ = 1458
15	= = 4374
17	= = 13122
19	= ſ 39366
21	= = 118098
23	ſ = 354294
25	= 1062882

og

og fyrihafu, einkum hvar miklar tølur fyrikoma, med mærgfoldun og deilingu. til dæmis: eg vil finna mer 4du jafnadar-tølu til einhverra 3ia talna í því geómetríska tøluhlaupi, sem her stendr, svo sem: 6 : 486 = 1458 : "

eg leita því upp tølurnar í því arithmetíska, og sie at útundan 6 standa 3, útundan 486 eru 11, og útundan 1458 standa 13, eg set því:

3 — 11 = 13 — "

11 + 13 = 3 + "

24 — 3 = 21

med samlagningu finn eg at hin óskunna tala í þessum arithmetíska jafnadi er = 21, en útundan 21 í því arithmetíska tøluhlaupi, standa 118098 í því geómetríska, sem er sú 4da jafnadar tala, sem ad var leitat.

arithmetísk tølu-	geómetrísk hlaup.
0	1
1	2
2	4
3	8
4	16
5	32
6	64
7	128
8	256
9	512
10	1024
11	2048
12	4096
13	8192
14	16384
15	32768
16	65536
17	131072
18	262144
19	524288
20	1048576

§. 86.

Láti menn þat arithmetíska tøluhlaup byria á 0, en hit geómetríska á 1, þá heita lidirnir í því arithmetíska tøluhlaupi Logarithmi til lidanna, sem standa rett útundan þeim í því geómetríska tølnhlaupi, til dæmis: 6 í því arithmetíska eru logarithmus til 64 í því geómetríska. Af

þessu

þeßu hafa menn mikil not og hægd, 1) þegar finna á pródúkt af tveim laungum tølum, því her þarf eg ei annat, enn leggia saman talnanna retta logarithmos, og finn eg þá útundan summunni í því arithmetíska, þá tølu í því geómetríska tøluhlaupi, sem ßnuir mer hit eptirleitada pródúkt; til dæmis: eg vil finna pródúktit af 8192 × 128, útundan 128 standa 7, og logarithmus til 8192 er 13, þá legg eg saman, og segi: 7 og 13 eru 20, útundan 20 standa 1048576 í því geómetríska tøluhlaupi, og þetta er einnig pródúktit, sem ad var spurt. 2) Eins er hægt at finna qvótann af tveim tølum, t. d. af 1048576 : 32, med því at draga deilirs logarithmum, sem er 5, frá deilandans logarithmo, sem er 20, verda þá eptir 15, sem í tøblunni vísa mer á qvótann 32768. 3) audfundin er og qvadrat- og kúbík-talan af serhverri gefinni tølu í því geómetríska tøluhlaupi, til dæm: af 64, því til at geta fundit qvadrat-tøluna þá margfalda eg logarithmum af 64, sem er 6, med 2, og vísar mer þá pródúktit 12 í tøblunni á 4096, sem er qvadrat-talan af 64, en til at finna kúbík-tøluna þá margfalda eg sama logarithmum 6 med 3, og þá vísar mer pródúktit 18 á kúbík-tøluna af 64, sem er 262144. 4) Vilie og lokßins vita hver at se

qvad-

qvadrat- og kúbík-rótin af einhverri gefinni tölu í því geómetrísku töluhlaupi, til dæmis: af 262144, þá deili eg logarithmo þeßarar tölu, sem er 18 med 2, ef eg vil finna qvadrat-rótina, og sýnir mer þá qvótinn 9 í töblunni at 512 se qvadrat-rótin; en vilie eg finna kúbík-rótina, þá deili eg sama logarithmo 18 med 3, og sýnir mer þá qvótinn 6, at 64 seu kúbík-rótin af 262144, sem eg leitadi ad. Ofanskrifadar reglur gillda ætíd, einúngis ef þat arithmetíska töluhlaup byriar á 0, og hit geómetríska á 1, hvor helzt líkindanefn og vísira, sem þau annars kynnu at hafa.

Dæmi: sem sýna hvenær arithmetísk töluhlaup megi brúka; þat 1ta og 2t dæmi er uppstígandi, en hit 3ia nidrstígandi.

I. Dæmi: Fiskimanni nockrum var heitit til uppørfunar þá lítill abli gafz af sió og fáir reru til fiskis, at fyri þann fyrsta fisk, sem hann dragi, skyldi hann fá 1 ß., fyrir annann 2 ß, þridia 3 ß og sv. fr. hvad margir, sem fiskarnir yrdu, nú huxadi hann ser til hreifings, reri og dró 20 fiska, hvad mikil verdlaun átti hann at fá fyri þá alla? svar 210 ß. Her verda lidirnir 20, sem skrifaz fyri sig, fyrsti lidrinn 1, og sídazti 20, giøra til samans 21. þeßi

summa

ſumma margføldud med 10, ſem er helſt lidauna, fraulcidir 210 ß. edr 2 rd. 18 ß., ſem er ſvarit, og þetta grædi fiſkimadrinn á ablanum.

II. Dæmi: ødrum var heitit: at gæti hann fundit 100rd, ſem eignarmadr tyndi á fornum vegi, ſkyldi hann fá í fundarlaun 8 ß fyri þá fyrſtu 10rd, 16 ß fyri 20rd, 24 ß fyri 30rd. og med þeßu móti ſkyldu fundarlaunin ætíd vaxa um 8 ß á hverium 10rdm. þar til 100rd. væru komnir, nú er ſpurníng: hvad mikit átti ſá at fá, er penínganna fann? ſvar 440 ß edr 4rd. 56 ß; lidirnir edr verdlanna radirnar verda 10, 8 ß í efſtu rød, en 80 ß í þeirri nedſtu, þeßar bádar ſamanlagdar, giora 88 ß, er margfaldaz med helmíngi lidanna 5, og ſýna þá andſvarit 440 ß.

III. Dæmi: Fiárbóndi mikill hafdi byggt ſer 6 fiárhús; í því fyrſta og ſtærſta hafdi hann 120 ſaudi, en fiártalan í hinum, fór minkandi um 20 vid hvert fiárhús, því ecki vóru nemg. 20 í því ſiotta, nú er ſpurníng: hvad marga ſaudi hann átti alls? ſvar 420. Her ern húſin 6 og eins margir verda lidirnir, fyrſti og ſeinazti lidr giora til ſamans 140, en margfaldadir med 3, helmíngi tolu-radanna 420, ſem ſýna hvørſu margt ſaudfed var; her er adferdin hin ſama, þó tølu-hlaupit ſe nidrſtígandi.

Dæmi: uppá geómetriſk upp- og nidr-ſtígandi edr vaxandi og minkandi tøluhlaup.

I. Dæmi: Einn vildi selia jørd sína med þeim skilmála, at kaupandi greiddi selianda fyrir hit fyrsta hús jardarinnar 1rd, en tvefaldt úr því fyrir hvørt hinna, nú kostadi áttunda og seinazta húsit 128 rd., en hvad keypti hann jørdina? svar: 255 rdin. Her sie eg at 2 eru vísir, og at jardar verdit tvøfaldaz ætíd vid serhvert hús, sem margfaldaz med 2 í hvert sinn. Eg margfalda því eptir §. 84. seinazta lid 128, sem er seinazta hús-verdit, med 2, og fæ 256, frá þessari tølu dreg eg 1, edr fyrsta hús-verdit, sem er fyrsti lidr í tøluhlaupinu, verda eptir 255, þeim á eg aptr at skipta med vísirnum 2, minkudum ádr um 1, en af því 2 minkadir um 1, skilia eptir 1, sem alldrei skiptir, þá heldr summan ser, og 255 rd. verda jardar-verdit.

II. Dæmi: Prentari nockurr tók af ødrum skrifat qver á 8 arkum til prentunar, og áskildi ser í ágiøf 3 ß á fyrstu arkina, 9 ß á adra, 27 á þridju, en þrefaldt úr því á hverja ark, unz 8 væru komnar. Hvad mikit tók hann á qverit? svar: 102 rd. 48 ß; Her er adferdin øll hin sama, 3 verda vísir, því ágiøfin þrefaldaz vid hverja ark, eg margfalda því med 3, ágiøf seinustu arkar, sem verdr 6561 ß, og fæ 19683 ß, frá þeim dreg eg efsta lid, edr ágiøf 1tu arkar, sem vóru 3 ß, verda eptir 19680 ß, þeim skipti eg med vísirnum 3, minkudum um 1, þat er med 2, og fæ 9840 ß í hlut, edr 102 rd. 48 ß, og þat vill prentarinn fá fyri kostnad sinn og erfidi.

III. Dæmi:

III. Dæmi: Einn vildi kaupa aljárnadann hest med 5bordum skeifum, sem eignarmadr qvadz eptirláta, ef kaupandi greiddi ser 1 ß fyri fyrsta nagla, 2 ß fyri annan, 4 ß fyri þridia, 8 ß fyri fiórda, og svo framvegis tvøfaldt úr því fyri hvern nagla; hinum þókti vel bodit, og stód at kaupunum; en hvad vard nú hestrinn dýr at lokunum? naglarnir eru 20 og því eru líka 20 lidir í þeßu tøluhlaupi, vísirinn er 2, og med honum margfalda eg seinazta lidinn, sem er 524288, verdr þá pródúktit 1048576, frá því skal (eptir 3ju reglu §. 84) draga fyrsta lid, sem er 1, verda eptir 1048575, og þeßu á loksins at deila med vísirnum, minkudum um 1, en af því at vísirinn 2, verdr ei nema 1, þegar 1 er frátekinn, þá heldr talan ser, og hroßbeinit átti at kosta 1048575 ß, þat vóru ecki nema 10922 rd. 63 ß, en er kaupandi vard þeßa vísari, qvadz hann ei geta stadit vid ord sín. Þetta dæmi er valit, til at sýna hversu geómetrísk tøluhlaup, kunna ótrúanliga hátt at stíga, og miklu meir enn sýniz í snøggu áliti.

IV. Dæmi: hvad kosta 6 litlar fiski-duggur edr jagtir til samans, sem allar koma til uppbods í einu, med því móti, at hin dýrazta se

4096 rd. en hinar 5 kosti hver annari fiórfaldt minna? svar: 5460 rd. Adferdin er enn á hin sama, vísirinn er 4, og med hvorum margfalda eg 4096, frá pródúktinu 16384, er dreginn seinazti lidr í tolublaupinu, sem er 4, verda eptir 16380, hemi á nú at skipta med vísirunum 4, minkudum um 1, hat er 3, kemr á svarit 5460 rd. í qvóta, sem er verd allra fiski-jagtanna. Pau fyrstu 3 dæmi, eru uppá vaxandi, en hat 4da og seinazta uppá minkandi geómetrísk tolublaup.

16. Kapituli.

Um Priggia lida reglu í heilli tolu.

§. 87.

Peßi regla fær hmislig nøfn hiá reikningsmeisturum, hún kallaz Regula de tri og líka trium, hat er, priggia lida regla, vegna heß, at í henni eru 3 gefnar tolur, med hverium 4da óvissa talan, sem ad er spurt, verdr uppleitud; hún kallaz og gyllini regla edr Regula aurea vegna sins ypparligleika, hví eins mikla yfirburdi og gullit hefir yfir adra málma, eins mikit yfirgengr hún allar adrar reiknings reglur; nockrir kalla hana Heimsspekínga og Kaupmanna

manna Reglu (Regulam philosophorum & mercatorum), því þeir megu hennar ei án vera, en brúka hana med ollum jafnadi. loksins nefniz hún og jafnada regla (Regula proportionum) vegna þeirra líkinda, sem tölurnar í reglunni hafa hver til annarar, og má hún brúkaz í ollum jafnadar tilfellum.

§. 88.

Þegar þriár tolur eru gefnar, til dæmis 2, 5, 4, edr og tvær tölur 3, 6, þá heitir sú adferd, sem brúkut er til at uppleita, í fyrra dæminu þá fiórdu- og í því sídara, þá þridiu-geómetrísku jafnadar-tölu, Þriggia liða Regla edr þrílida. Adferdin er þessi:

1) Í fyrra dæminu margfaldar madr edra töluna, sem er 5, med þridiu tölunni 4, verdr þá pródúktit 20, því á sídari at deila med fyrstu tölunni 2, og verdr þá qvótinn 10 sú fiórda eptirleitada jafnadar-tala.

Merk: adferdin er her oll hin sama, og sýnd er í §. 75. eptir hverium eg ætti þannig at uppsetia og útreikna þetta dæmi:

$2 : 5 = 4 : \text{//}.\ 2 \times \text{//} = 20.\quad \text{//} = \frac{20}{2} = 10.$

2) Í seinna dæminu verdr annar talan, sem er 6, margfoldud med sjálfri sér, framkoma þá 36, hverium deila á med fyrri tölunni 3,

og koma 12 í hlut, sem og verdr hin þridia jafnadar tala.

Merk: at her er einnig brúkud sama adferd, og at eg reikna allt eins og jafnadrinn væri samanhángandi, nefniliga:

3 : 6 = 6 : ″; 3 × ″ = 36. ″ = $\frac{36}{3}$ = 12

og ókenda talan er = 12.

§. 89.

Eins og at í §. 87. var sagt, at þessa reglu mætti brúka í ollum jafnada-tilfellum, svo verdr hún þar á móti óbrúkanlig, þar sem þvílikr geómetrískr jafnadr ecki er á milli þeirra gefnu talna, og hins, sem eptir er spurt. Í kaupum og sölum er ætíd serhverrar veru verd jafnat eptir hennar mikilleik edr gædum, því þegar Antonius selr þrefalda veru vid Sempronium, er audrádit: at Antonius fær þrefalda peninga vid Sempronium, en kaupi hann þrefaldt meira, má hann og greida þrefalda peninga; hverrsvegna ætíd má med þrílidu reikna, hvad mikit meiri edr minni vara kosta muni, viti menn einúngis verd á einhverri tilteklinni veru af sama tagi, og viti menn mikilleik einhverrar veru og hennar verd, þá má eins reikna: hvad mikit af samslags veru megi kaupa fyri meira edr minna andvirdi. til dæm: í fyrra tilfellinu: 2 áln. klædis kosta 5 rd, hvad kosta 6 áln.

6 álu.? hér eru 6 áln. þrefaldt meiri enn 2 áln. og þeßvegna kosta þær þrefaldt meira, þat er: 15 rd.; en ef í fyrra tilfellinu verdr sagt: fyri 5 rd. fást 2 áln. klædis, hvad margar álnir klædis fást fyri 15 rd.? þá sie eg strax, at 15 rd. eru þrefaldt meiri enn 5 rd. og þeßvegna fást og fyri þá 6 áln. þat er: þrefaldt meira klædi. Af þeßu flýtr: at eins opt og 2 áln. innibindaz í 6 álnum, eins opt megu 5 rd, þat er verd 2 álna, innibindaz í 15 rdm. edr 6 álna verdinu, og svo opt sem 5 rd. innibindaz í 15 rdm, svo opt 2 áln. í 6 álnum, þat er:

5 : 15 = 2 : 6. $5 \times 6 = 15 \times 2$. 30 = 30.

§. 90.

Misjafn er adferd brúkut til at uppsetia gefnu talurnar í þrílidu, og hlýtr þar umeinnig at geta; þeir nýjuztu og beztu reikningsmeistarar, setia í fyrsta og annat rúm bádar gefnu talurnar, sem samu merkingar eru, en í þridia rúm taluna, sem samkynia er fiórdu talunni, sem ad er spurt, margfalda svo saman adra og þridju taluna, en deila þródúktinu med hinni fyrstu, framkemr þá í hlut sú 4da eptirleitada tala, sem sett skal í fiórda rúm. til dæmis:

2 áln. : 6 áln. = 5 rd. : " rd. (15 rd.)

5	30	2 deilir.
30	2	15 qvóti.
	10	
	10	

Af þeßari adferd helld eg meir enn þeirri gømlu, sem seinna mun sýnd, og vil því einkum fyri henni mæla; en þar eg óttaz at hún af líttkunnandi verdi bløndud vid hina, svo at hvørug verdi rett brúkud, en veit þar hiá, at færri her í landi munu þessari nýiu adferd tamir, og at margir þeir, sem lært hafa at reikna, fylgia þeirri fornu, þá læt eg duga einúngis at sýna nýiu adferdina, en held mig meirr vid þá gømlu, sem hiá mørgum er ennþá brúkanlig, og verdr því máske betr medtekin, þó hún í raun rettri se eingu betri.

§. 91.

Þat helzta, sem adgætnisverdt er, þegar uppsetia á 3 gefnar tølur í þrílidu eptir almennum hætti, er

1) at allar þær gefnu tølur eru settar í rød hver útundan annari, med arithmetísku líkinda-merki edr þverstriki á milli, svo sem: 2—4—6—

2) at fyrsta og þridia talan á at merkia sama, svo sem rdl. M, áln. og svo fr., en ennur edr midtalan, sama og hin fiórda, sem eg leita ad, hverju nafni sem heitir, þar sem sú 1ta og 2ur, eins og 3da og 4da egu at vera samkynia, eptir þeim nýia máta.

3) þrid-

3) þridia talan á ætíd at innibinda í sér spurníngu, til dæmis: 2 áln. kosta 4 rd., hvað kosta 6 álnir?

4) önnur og þridia talan eru at margfaldaz saman, en pródúktinu skal deila med fyrstu tölu edr lid reglunnar, og sýnir mer þá qvótinn 4du töluna, sem eg leitadi ad, er hún samkynia midtölunni, og skal sett í 4da rúmi aptan vid hinar. til dæmis:

Ef 2 álnir klædis kosta 4 rd., hversu marga rdli munu 24 álnir kosta?

2 áln. — 4 rd. — 24 áln.? svar 48 rdl.

4	96	2
96	8 ·	48
	16	
	16	

her margfalda eg 24, edr 3iu töluna med annari tölunni 4, og fæ í pródúkt 96, þeim deili eg med fyrstu tölunni 2, og fæ í qvóta 48, sem er hin eptirleitada 4da tala, merkir hún eins marga rdli og 24 álnir kosta, og er samkynia annari tölu í dæminu. Eptir þeim nýia máta átti þetta dæmi at uppsetiaz og útreikaz svo:

2 áln. : 24 áln. = 4 rd. : " rd. (48 rd.)

$2 \times " = 24 \times 4 = 96.$

$" = \frac{96}{2} = 48$

§. 92.

Prílidu má einnig bruka, þá erfidi, ferdalag, fædi hmisligt og sv. fr. er reiknat á móti tímaleingd, til dæm: hafi menn giort skilmála vid nockurn um vissann tíma, at vera í sínu braudi og þiónustu, á hverium hann serhvern dag edr kluckustund skuli jafnt vinna, og allt eins mikit hafa til forsorgunar, þá má, segi eg, med henni reikna, hve mikit vinnan og fædit egi at vera yfir hofud, á ollum þeim ágvardada tíma, því í morgum þessháttar tilfellum verdr jofnudr, og þar nær því prílida einka vel til; til dæmis:

1) Einn útskrifar á 6 dögum 24 arkir pappírs, hvad margar arkir skrifar hann á 36 dögum? 6 dag. — 24 ark. — 36 dagar? — 144 arkir.

24	3,6,4,	6	
144	6 . .	144	
72	26.		
864	24.		
	24		
	24		

2) Ef 1 gráda (gradus) er 60000 fadmar, hversu marga fadma giora þá 360 grádur, sem reiknat er at seu kringum alla veroldu?

1 gráda

1 gr. rád. - 60000 fadm. - 360 grád? 21600000 fadm.

360
21600000

Þetta dæmi, uppsett og útreiknat eptir hinni nýju adferd verdr:

1 gr. : 360 gr. = 60000 fadm. : " fadm.
" = 360 × 60000 = 21600000 fadm.

Merk: Her þarf ei annat enn margfalda saman adra og þridju tölu, því próduktit verdr hit retta svar, fyrsta talan sem er 1, deilir hverki ne margfaldar, og er því ætíd, þá 1 er í upphafi þrílidu, búit at ná þeirri eptirleitudu tölu, þegar fengit er próduktit af annari og þridju tölu, sem þessvegna er sett strax í fiórdu rod, hvar qvótaun átti at setia, hefdi próduktinu ordit deilt med fyrstu tölunni.

3) Ef einum manni eru lagdir til fædis á 6 dögum 32 ß, hve mikit fædi á honum at ætla í 66 daga?

6 dag. — 32 ß — 66 dag? — 352 ß edr 3 rd. 64 ß

32
132
198
2112

2112 | 6
18.. | 352
31.
30.
12
12

§. 93.

Þar opt ber vid, at enar þriár uppsettu tölur eru ei sömu tegundar edr náttúru, heldr hafa med sér adrar tölur í smærri þertum,

og

og verda því ei strax reiknadar med þrílidu, til dæmis: ef $2\frac{1}{4}$ áln. kosta 2 rdl. 2 mk, hvad kosta þá $6\frac{3}{4}$ áln.? þá á madr at giera stærri tolurnar semu merkingar og hinar minni, svo sem álnir at qvartilum, ríkisdl. at mørkum, mørk at skildingum, pund at lódum, vættir at fiórdúngum, fiórdúnga at fiskum og s. fr. sjá ádr §. 35 og 58. til dæmis:

$2\frac{1}{4}$ áln. - 2 rd. 2 mk - $6\frac{3}{4}$ áln.? 42 mk edr 7 rd.

6 4

9 qvt. - 14 mk — 27 qvt.? 378 | 9

14 36 | 42 mk = 7 rd.

108 18

27 18

378 00

Her giøri eg álnirnar at qvartilum, med því at margfalda þær med 4, því svo mørg qvartil eru í 1 alin, og legg þar vid staka qvartilit, fæ eg svo 9 qvart. í fyrsta, og med sama móti 27 qvartil í þridia rúm. Eins giøri eg 2 rdl. at mørkum, bæti þar vid stoku mørkunum, og set í annat rúm 14 mk, margfalda síðan saman adra og þridiu tolu, en deili pródúktinu med fyrstu, og fæ 42 mk. edr 7 rdl. í hlut, sem 6 áln. og 3 qvart. kosta.

Merk: Ef þessir smærri partar fylgia annathvert fyrstu edr þridiu tolu edr og bádum þeim, en ei midtolunni, þá nægir, at umbreyta þeim bádum í minni parta, þó ei semidtol-

miðtölunni breytt; fylgi partarnir miðtölunni enn ei hinni fyrstu edr þridiu, þá hlýtr at giora hana át smærri þortum, en hinar ecki.

§. 94.

Allstadar, hvar fyrsta og annur, edr og fyrsta og þridia tala, verda minkadar med einni og sömu tölu, má þat giora til lettis og hægri verka í reikníngínum, sem eins og annur brøgd í þrílidu, kallaz Praxis Italica, af því þeir Italísku hafa slíkt at meztu uppfundit; þegar búit er med þessu móti at deila tölunni í fyrsta og ødru, edr fyrsta og þridia rúmi, má qvótana, sem framkoma af serhverri tölu, brúka í talna stad.

I. Dæmi: hvar fyrstu og adra tölu má minka med sömu tölu; sjá ádr 1ta dæmi, §. 92.

á 6 døgum skrifaz 24 arkir, hve mikit skrifaz á 36 d.?
6)1 — 6) 4 — 36? giorir 144 arkir.

4

144

her sie eg, at 6 gánga upp í 6 einusinni, og i 24 fiórumsinnum, set því 1, sem eg fæ í fyrsta qvóta, undir fyrstu töluna, og 4, sem eg fæ í annan qvóta, undir adra töluna, margfalda svo þar med 3ju töluna 36, og fæ í próduct 144, sem þýdir: at á 36 døgum

dögum verdi skrifadar 144 arkir, allt eins og sýnt er í § 92, nema hvad þetta gisriz med lángtum minni fyrirhöfn.

II. Dæmi: fyrsta og þridia tala verdr hér minkud eptir 3ia dæmi í §. 92. Ef 1 manns fædi er

á 6 dög. — 32 ß — hvad á 66 dög.? 352 ß, edr

6) 1 — 11 — — 6) 11 3rd. 64 ß.

32
32
352

hér deili eg fyrstu og þridiu tölu med 6, fæ 1 og 11 í qvóta í þeirra stad, margfalda svo midtölunna 32 med hinni nýfengnu þridiu tölu 11, hvar af framkoma 352, sem sýna svarit.

§. 95.

Þegar 1. er í upphafi edr fyrsta rúmi þrílidu, enn midtalan er meir enn undir einu nafni, svo sem: vættum, fiórdúngum, fiskum, þarf ei at koma midtölunni undir eitt nafn, nefniliga, vættum og fiórdúngum undir fiskatölu, eins og rád er fyrigiört í §. 93, heldr má med þridiu tölunni margfalda serhverja teg. und. midtölunnar fyri sig, og setia pródúktit þar, sem svarit á at standa, fyrst því verdr ei med fyrstu tölunni, sem er 1, sundrskipt. til dæmis: kosti

1 Járn-

1 Járnpottr - 2 vættir. 5 fiórd. og 4 fiska, — hvad 6 pott.?
6 — 6 — 6 Sv. 16. v. 2 fiórd.
16 vætt. 2 fiórd. 4 fka. 4 fiska.

Her fer eg allt eins at margfalda, og hvíkfrikat er í §. 34, um margföldun margskyns talna, kosta svo 6 járnpottar, eins dýrir, og sá í upphafi reglunnar, 16 vættir 2 fiórd. og 4 fiska.

Med morgu fleiru má flýta reikníngum í þrílidu, sem her verdr oflángt upp at telia.

§. 96.

Þriggia liða reglu má prófa, med því móti: at reglunni er umbreytt, og midtalan sett í fyrsta rúm, svo sem til dæmis, í §. 91 4 rd.; í annat rúm fyrsta talan 2 álnir; og í 3ia rúm 4da talan 48 rdl; skal svo margfalda saman adra og þridiu töluna, enn pródúktinu deila med fyrstu tölu, eins og almenniliga er giort; komi þá 24 álnir í qvóta edr fiórda rúm, sem ádr enn reglunni var umbreytt, stódu í 3ia rúmi, er rett reiknat. Eg vil prófa dæmit §. 91.

4 rd. giora - 2 álnir - hvad 48 rd.? Sv. 24 álnir

48	96	4
96	8	24.
	16	
	16	

En

En uppsetie eg dæmit §. 91 eptir hinni nhiu adferd, t. d. 2 áln. : 24 áln. = 4 rd. : " rd; þá er audfundit, hvort rett er reiknat edr ei, því pródúkt endalida í hverium jøfnudi, á at vera jafnt pródúkti midlida (§ 74), nú eru 2 × " = 24 × 4 = 96, og 4di lidr = $\frac{96}{2}$ = 48, jøfnudrinn verdr því loksins 2 áln. : 24 áln. = 4 rd : 48 rd.; 2 × 48 = 24 × 4, og pródúkt endalida verdr 96 = 96 pródúkti midlida. Þar ed heilli tølu sylgir opt brota-tala, svo at blandadar tølur þarf at reikna í hrílidu, þá skal og sú adferd synd í næzta kapítula.

17. Kapituli.

Um þriggia lida reglu í brotinni og blandadri tølu.

§. 97.

Seu enar þriár gefnu tølur brotnar, á at margfalda saman fyrst teliara og sídan nefnara þeirrar annarar og þridiu tølu, (eptir §. 56. samanbornum vid 4du reglu í § 91.); því næzt skal snúa upp því sem nidr er, og nidr því sem upp er á fyrstu tølu í reglunni, med hverri pródúkti hinna talnanna á at deila, og marg-

margfalda svo teliara og nefnara í pródúktinu eptir § 59, en ei gleyma at minka brotit, þar því verdr vidkomit, (eptir §§. 48, 56 og 62.) svo framkemr hinn retti qvóti. til dæmis:

A. $\frac{3}{4}$ giora $\frac{5}{6}$ hvad $\frac{7}{8}$? svar $\frac{35}{36}$

$\frac{5}{6} \times \frac{7}{8} = \frac{35}{48}$

$\frac{35}{48} \times \frac{4}{3}$ minkadir med 4, $= \frac{35}{12} \times \frac{1}{3} = \frac{35}{36}$

B. $\frac{5}{6} - \frac{3}{4} - \frac{35}{36}$? svar $\frac{7}{8}$ $\left(\frac{35}{48} \times \frac{6}{5} = \frac{7}{8}. \right.$

C. $\frac{35}{36} - \frac{7}{8} - \frac{5}{6}$? svar $\frac{3}{4}$ $\left(\frac{35}{48} \times \frac{36}{35} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4} \right.$

her er tvisvarsinnum bilt sønn reglu til at sýna, at adferdin se rett, því ætíd kemr fram retta talan, sem siest þegar hverr útreikningrinn er samanborinn vid annan, einnig þar, sem brot hefir ordit minkat á misvíxl, er meira brotit útstrikat, og hitt, sem er minna, aptr giort ad teliara og nefnara eptir því sem ástendr.

§. 98.

Þegar blöndud tala fyrikemr í þrílidu, þá hafa nockrir reikningsmeistarar giort um þat margar reglur, sem at vísu eru gódar, en bestar fyri þá, sem vel kunna at reikna, svo sem þá fyrsta talan er blöndud, önnur og þridia blöndud, þegar brot er fyrst og í midiu, fyrst og seinazt, í midiu og seinazt, fyrst, midt og sein-

azt í reglunni, edr se henni skipt í margfoldunar, deilíngar og jafnadar dæmi og svo fr. sem allt orsakar mikil heilabrot, og útkrefr endalaust minni; eg vil láta mer nægia, at gefa þar um þá høfud-reglu, at hvernig sem blønduð tala verdr sett í þriggia lida reglu, er vafaminzt og minnisstædazt, at gisra bædi blandnar tølur og heilar at einu broti eptir §. 43, fara svo fram eptir reglunum í næztundangengnum §; til dæmis:

A. $2\frac{1}{2}$ al. klædis kosta 5 rd. hvad kosta 15 áln.?

$\frac{5}{2}$ al. — — $\frac{5}{1}$ rdl. — — $\frac{15}{1}$ al? Svar 30rd.

$$\frac{5}{1} \times \frac{15}{1} = \frac{75}{1}; \quad \frac{\overset{15}{\cancel{75}}}{1} \times \frac{2}{\underset{1}{\cancel{5}}} = \frac{15}{1} \times \frac{2}{1} = \frac{30}{1} = 30 \text{ rd.}$$

B. 5 rd. — $2\frac{1}{2}$ áln. — 30 rd? Svar: 15 áln.

$$\frac{5}{1} \quad \underline{\quad} \quad \frac{5}{\underset{1}{\cancel{2}}} \quad \underline{\quad} \quad \frac{\overset{15}{\cancel{30}}}{1}$$

$\frac{15}{1} \times \frac{5}{1} = \frac{75}{1}$; $\frac{\overset{15}{\cancel{75}}}{1} \times \frac{1}{\underset{1}{\cancel{5}}}$ gisrir $\frac{15}{1}$ edr 15 áln.

C. 15 áln. — 30 rd. — $2\frac{1}{2}$ áln? Sv. 5 rd.

$$\frac{15}{1} \quad \underline{\quad} \quad \frac{\overset{15}{\cancel{30}}}{1} \quad \underline{\quad} \quad \frac{5}{\underset{1}{\cancel{2}}}?$$

$\frac{75}{15} \times \frac{1}{15}$ minkadir med 15 verda $= \frac{5}{1} \times \frac{1}{1} = \frac{5}{1} = 5$ rd.

D. $2\frac{1}{2}$

D. $2\frac{1}{2}$ al. — $6\frac{2}{3}$ rds. — $8\frac{3}{4}$ álu.? Svar: $23\frac{1}{3}$ rdl.

$\frac{5}{2}$ — $\frac{\overset{5}{\cancel{20}}}{3}$ — $\frac{35}{\cancel{4}_{1}}$? — $(\frac{35}{1} \times \frac{5}{3} = \frac{175}{3}$.

$\frac{35}{3} \times \frac{2}{1} = \frac{70}{3} = 23\frac{1}{3}$; því $\frac{\overset{35}{\cancel{175}}}{3} \times \frac{2}{\cancel{5}_{1}}$, minkadir med 5, $= {}^{35}\!/_{3} \times \frac{2}{1} = \frac{70}{3}$, edr $23\frac{1}{3}$ rdls.

Her er bløndud tala í fyrsta rúmi, bloudud í ødru og þridia rúmi, þat er: bløndud tala í øllum 3r stødunum, en allstadar brúkud ein og sama regla at giøra bædi blandada og heila tølu hveria fyri sig at brotinni.

§. 99.

Ofanskrifat dæmi og fleiri þvílik, má reikna eptir §. 93, því allstadar þar, sem smáþortum verdr gefid víst nafn fyri sig, er brúkanligazt at høndla med blandna tølu eptir því, sem þar er fyriskrifat, hverr §. ætti eginliga at vera millum brota-talna, en stendr at vilia í þrílidu med heilum tølum, allteins og margskyns-tølur aptan vid þær fiórar høfudgreinir í heilu, einkum þessvegna: at í þeßu er ønnur adferd brúkud. til dæmis:

$2\frac{1}{2}$ al. — 6 rd. 4 mk — $8\frac{3}{4}$ álu.? Sv. 140 mk edr
10 qv. — 40 mk — 35 qvart.? $23\frac{1}{3}$ rd.

$\frac{35}{1400}$ — 1400 | 10 | 140 mk = $23\frac{1}{3}$ rds.

§. 100.

Með því at í §. 49 er sagt: at gilldi brota-talna á móti 1. heilum, megi finna með því at margfalda þann heila tekinu í parta, með teliara, enn deila pródúktinu með nefnara brotsins, þá vil eg, ádr enn eg skil hér vid þessi brot, sýna, hvernig öll þvílík dæmi egi at setia í þrílidu. t: d:

Eg vil vita hvad $\frac{4}{5}$ partar seu mikit af 1 rdl.? nú er það víst at 1 rd. er 96 ß, sem hér innibindaz í nefnaranum 5, er merkir 1 rdl. í 5 pørtum; því set eg þetta svo í regluna vilie eg vita hve margir ß at teliarinn 4 seu: nefnar. 5 giørir 96ß, hvad giørir teliar. 4? sv: $76\frac{4}{5}$ß

4 | 384 | 5
384 | 35 | $76\frac{4}{5}$ ß.
34
30
4

Merk: at þrílidu í brotinni tølu má prófa allteins og í heilli tølu, sem sýnt var í dæmunum §§. 96, 97, 98.

18. Kapituli.

Um öfuga Þriggia liða reglu.

§. 101.

Þeßi regla, med hverri finna má ena 4du óvissu tölu af 3ur gefnum, kallaz því öfug þrílida (regula de tri inversa vel conversa), at hún er brúkud öfugt edr þvert á móti því, sem ádr er fyrirskrifat í þrílidu; spurníngin edr aptazta talan í Þriggia liða reglu, er her sett fyrst af öllu, talan er hendlar um sama og spurníngin aptazt, og þridia gefna talan í midiu, er svo þar á eptir med reikníng-inn framfarit, eptir því, sem í §. 91 er fyrir-skrifad; til dæmis:

1) Ef 8 menn hlada vallargard á 6 vikum, hversu fliótt ættu 12 menn at hlada eins láng-ann gard?

12 menn — 6 vikur — 8 menn? — 4 vikur.

$$\frac{6}{48} \qquad \frac{48}{48} \,\Big|\, \frac{12}{4}$$

2) Ef 15 menn hafa nóg til fædis í 16 mánudi, hvad lengi endiz þat 20 mönnum?

20 menn — 16 mán. — 15 menn? — 12 mán.

15 / 80 / 16 / 240 — 240 | 20 / 20 | 12 / 40 / 40

3) Til klædnadar þarf 6 áln. klædis, se þat $1\frac{3}{4}$ áln. á breidd, hvad margar áln. þarf til fóðurs af tveggia álna breidu?

8 qvart. — 6 áln. — 7 qvart? — $5\frac{1}{4}$ áln.

6 / 42 — 42 | 8 / 40 | $5\frac{1}{4}$ / 2

4) Ef einhverr, sem fer úr vesturlandi til austurlanz, kemst alla leidina á 14 dögum, ríði hann 8 mílur á dag, hvad lengi er annar at komaz sömu leid, sem ríðr 12 mílur dag hvern? 12 mílur - 14 daga - 8 mílur? — 9 daga og 8 tíma.

4)3 2 / 28 — 4)2 / 28 — 28 | 3 / 27 | $9\frac{1}{3}$ dags. / 1

§. 102.

Af þessum reglum er audsien orsökin, at tölurnar þurfi öfugt at uppsetia vid algengna þrílidu; því, ættu slík dæmi eptir henni at útreiknaz t. d. Ef 8 menn hlada vallargard á 6 vikum, hvad lengi eru 12 menn at hlada hann?

hann? kæmu 9 í qvóta, og þyrfti þá 12 menn 3ia daga lengri tíma til at hlada gardinn, enn 8 menn, sem þó eru $\frac{1}{3}$ færri, hvad ei getr stadiz.

§. 103.

Nýium reikníngsmeisturum þykir naudsynialaust at kalla þessa reglu ósuga, edr brúka ósuga adferd vid retta þrílidu, því útreikna þeir eigi svo ofauskrifud og sunur þvílík dæmi, helldr nidrrada svo tolunum í fyrstu, at ollu komi saman vid Þriggia liða reglu, til dæmis: ef reikna ætti fyrsta dæmi þessarar reglu: 8 menn hlada vallargard á 6 vikum, hvad lengi hlada hann 12 menn? þá er audskilit: at svo miklu færri, sem 8 menn eru 12 mönnum, svo miklu minni á vikna-talan, sem 12 menn þurfa til hledslunnar, at vera 6 vikna tolunni er 8 menn þurftu; því þess fleiri, sem mennirnir eru, þess styttri þarf erfidis tímann, og þess vegna skal svo setia upp tolurnar:

12 menn : 8 menn = 6 vikur : (4 vikur)

6		48	12
48	✓	48	4

Her siest, hvada gagn þat gióri, at uppsetia þrílidu eptir því, sem foriskrifat er í §. 90, sem er lángtum skilianlegra, frá hverju eg, vegna þar tiedrar orsakar,

naudugr vikid; bádar adferdirnar hefir eg sýnt, og at serhverr geti brúkat þá, er honum fellr betr í geð.

19. Kapituli.

Um retta tvofalda reglu.

§. 104.

Þessi regla kallaz á Látínu, hvorki regula duplæ directæ edr regula compositæ, og regula de qvinqve, af því at í henni verda framsettar fim gefnar tölur, med hverra hiálp og tilvísan, síotta óvissa talan verdr fundin og útreiknud.

Vegna þess at reglan innibindr í sér tvær spurningar, til dæm: ef 4 menn hlada á 2 dögum 6 fadmá láugann vegg; hvad lángann vegg hlada þá 6 menn á 8 dögum? þá svo at serhverr viti og skilie, at her se í raunarettri spurt um tvennt, sem og hvornig reglunni egi í tvo parta at sundrskipta, uppsetia og einfalda þrílidu til þessa útreikníngs tvisvar at brúka; verdr fyrst reiknat og eptirspurt: hve lángann vegg 6 menn hladi á 2 dögum? med því móti, at dæmit er sett þannig í þrílidu: ef 4 menn hlada 6 fadma, hvad hlada þá 6 menn (þat er at skilia í 2 daga)?

Petta

Þetta er fyrri spurníngin, en útreikníngrinn verdr eptir réttri þrílidu, og talan, sem útkemr edr andsvarit: 9 fadmar. Því næst er reglan í annat sinn uppsett, med þessu móti: fyrst 2ia daga verk gjörir 9 fadma, hvad gjörir þá 8 daga verk (þat er at skilia 6 manna)? Þetta er seinni spurníngin, en útreikníngrinn verdr eins og í fyrri reglunni, framkoma þá 36 fadmar, er 6 menn hlada í 8 daga. Þessir 36 fadmar eru 6ta óvissa talan, sem í fyrstu var spurt um, og framkoma átti af enum framsettu 5 tölum. Þetta sýnir lióslega:

Fyrri reikníngrinn

4 menn — 6 fadm. — 6 menn? — 9 fadma.

6 | 36 | 4
36 | 36 | 9

Sídari reikníngrinn

2 dagsv. — 9 fadm. — 8 dagsv? — 36 fadma.

8 | 72 | 2
72 | 6 | 36
12
12

§. 105.

Þvílik dæmi má einnig útreikna med einfaldri þriggja lida reglu, ef tölunum er þannig nidrradat: í þridia rúmi til hægri handar

egu at setiaz bádar spurníngarnar, hver undan annari; en fremzt, tölurnar tvær, sem samkynia eru spurníngunum, sú ofar, sem samkynia er efri spurníngunni, en hin nedar, sem samkynia er nedri spurníngu, sídan er fimta talan sett í midiu, og á hún at vera samkynia siettu tölunni, sem eptir er leitat; at því búnu skal margfalda bádar fremztu tölurnar, hvoria med annari, og eins þær eptuztu; er svo at ollu hændlat eptir því, sem fyriskrifat er um þrílidu §. 91 í 4du reglu. Þessi adferd er betri enn hin, sem er í tvennu lagi, hvar vid opt framkemr óþægiligt brot. Dæmi uppá þeßa adferd:

4 menn / 2 dögum } 6 fadma { 6 menn / 8 dögum ? 36 fadma

8 — 48 — 6 — 288 | 8 — 36

288.

§. 106.

Á þenna hátt verdr renta af peníngum reiknud, úr hveriu sumir giøra einstaka reglu, sem þeir kalla rentu reikníng, til dæmis:

200 rd. / 3 ár } 30 rd. rentu { 1000 rd. / 5 ár ? 250 rd. rentu.

600 — 5000 — 30 — 150000 | 1500|00 | 6|00 — 250 rd.

Fleiri

Fleiri Dæmi:

I. Ef fyri 10 áln. klædis 6 qvart. á breidd, fást 11 rdl.; hvad margir rdl. fenguz fyri eins gott klædi 60 álna lángt og 7 qvart. á breidd?

10 áln. lángt, 6 qvart. breidt } 11 rd. { 60 áln. lángt, 7 qvt. breidt ? 77 rd.

60)60 — 11 - 60)420 ? — 77 rd.

1 7 7

77 rd.

II. Ef fyri 100 fiár duga 8 hestar heys í 10 daga, hvad marga hesta heys, þarf í 24 daga fyri 400 fiár?

100 fiár, 10 daga } 8 hesta { 400 fiár, 24 daga ? $76\frac{4}{5}$ hesta heys.

1|00)10|00 1|00)96|00 768 | 10 / $76\frac{4}{5}$

10 8

768

III. Ef af 3 fiórdúngum ullar verda ofnar 18 áln. vadmáls, sem er 2 álna breidt; hvad mikla ull þarf þá í 24 áln. sem hver se $2\frac{1}{2}$ á breidd?

18 áln. lángt, 8 qv. breidt } 3 fiórd. { 24 áln. lángt, 10 qv. breidt. ? 5 fiórd.

48)144 3) 3 48) 240

3) 3 1 5

1

Í þessum þremur dæmum eru tölurnar allstaðar minkaðar, hvar sem verðr, til at gióra reikníinginn audvelldari, bædi eptir §. 48 og 94.

20. Kapituli.

Um øfuga tvøfalda reglu.

§. 107.

Þessi regla hefir, eins og hin retta tvøfalda, 5 gefnar tølur, af hverium sú 6ta og hvissa á fram at koma, hvers vegna hún og má eins og hin, tvisvar uppsetiaz, en afbregðr frá þeirri rettu tvøfoldu þarí, at annar uppsetníngin heyrir til þessari øfugu reglu (regulæ duplæ inverſæ), en hin þrílidu.

Sú viſazta og bezta adferð at uppsetia þeſa reglu, er at breyta eptir því, sem fyriſkrifat er um hina rettu tvøfoldu í §. 105, sieð þá strax, hverr partr reglunnar at heyri til þeirri øfugu, og hverr rettri þrílidu, eru þá tølurnar strikadar út, sem umbilltaz þurfa, en talan, sem aptazt stóð og nú er útstrikud, verðr þá sett fyri ofan þá fremri útstrikudu tølu, og fyri ofan øptuztu tøluna hin talan, sem áðr

stóð

ſtöd fremzt, ſidan er at øllu med útreikníngínn framfarit eptir þrílidu. til dæmis:

Ef 10 menn grafa á 1 degi 15 fadma lánga grøf, hvad lengi eru 20 menn at grafa 90 fadma lánga grøf?

20 menn, 15 fadma } 1 degi — 10 menn, 90 fadma ? — 3 døgum

300 — 900

900 — 900 | 300

900 | 3

000

Her ſirika eg út manna tøluna, billti henni um, og ſet 20 fyrir ofan 10, og 10 fyrir ófan 20. af því eg ſie, at þann part reglunnar verdr at útreikna øfugt.

§. 208.

Nockrir brúka þá adferd, at þegar búit er at uppſetia regluna eptir hinni rettu tvøføldu, og þeß er gætt, at ſetia ávinninginn edr allt þeßháttar í nedri regluna, þá margfalda þeir tølurnar á miſvíxl edr í kroß, ſem er umſvifa minna, en kemr þó allt nidr í ſama ſtad. Eg vil uppſetia ſama dæmi:

10 menn, 15 fadma } 1 degi — 20 menn, 90 fadma ? 3 døgum

300 — 900

her verda 90 margfaldadir med 10, en 15 med 20, og þá kemr út hit ſama pródúkt, og ſami qvóti þá deilt er.

Fleiri

Fleiri dæmi:

I. Hvad lengi egu 300 rd. at standa á rentu til at ávinna 100 rd, þegar 200 rd. gefa 10 rd. í rentu á 1 ári?

200 rd. } 1 ári { 300 rd. ?
10 rd. } { 100 —

3000 : 2000 = 6 ár og 8 mánudi

20 | 3
18 | 6⅔
2

II. Hvad lengi geta 3 Stúdentar lifad í Kaupmannahøfn af 1000 rd, þegar 2 hiálpa vid 300 rd. á ári?

2 Stúd. } 1 ári { 3 Stúd.
300 rd. } { 1000 rd. ? — 2 ár og 2⅔ mán.

900 : 2000

20 | 9
18 | 2⅔
2

III. Hvad lengi eru 18 menn at slá 12 eyris-velli, þegar 3 slá 6 eyris-velli á 8 døgum?

3 menn } 8 døgum { 18 menn
6 velli } : { 12 velli. ? 2 daga 8 stund.

36) 108 : 8 = 3 2⅔ 36) 36 1
3 6
2

Merk: Í þessum dæmum eru 12 mánudir reiknadir í hverju ári, og 12 tímar í hverjum erfidis degi.

Øfuga

Øfuga Þrílidu, ásamt rettri og øfugri tvøfaldri reglu, má allar prófa eptir §. 96. fyrimælum, um prófun rettrar Þrílidu, seu Þær eins uppsettar og útreiknadar, og Þer er sýnt.

21. Kapituli.

Um Felags-regluna

§. 109.

Hún kallaz Því Felags regla (Regula societatis), at med henni verdr reiknadr skadi og ábati serhvers, sem er í felagi med ødrum, eptir upphæd hanns tillags; hve miklu hann egi út at svara, hafi hann tapat, og hversu mikit at medtaka, hafi hann unnit, til dæmis:

Þrír menn hafa áunnit vid kaupmannskap 1500 rd. hinn fyrsti hefir sett inn til verzlunar 600 rd., annar 300 rd., Þridie 200 rd., hvad mikit á Þá hver at fá eptir tiltølu tillagsins af Þeim 1500 rd., sem allir hafa til samans áunnit? fyrifram er audvitat: at sá, sem tvøfaldt hefir tillagt, egi og tvøfaldt meira at eignaz af ábatanum, edr og lída tvøfaldann skada ef tapaz,

eu

en sá þrefaldt, sem þrefaldt meira tillagdi, og svo fr.

§. 110.

Hvernig þetta egi at uppsetia í þrílidu, svo rett verdi reiknat, er audrádit, einúngis ef menn íhuga: at summan af allra tillagi hafi sømu líkindi og jøfnud til þeß, er einn og serhverr hefir tillagt serílagi, og summa ábatans edr skadans, hefir til þess ábata edr skada, sem hverr skal hlióta, út af fyri sig. til dæmis: Summan af tillagi ádr nefndra 3 manna er 1100 rd., nú egu 1100 rd. at hafa sømu líkindi til 600, 300, og 200 rd., og summa ábatans 1500 rd., hefir til þess væntanliga ábata fyri einn og serhvern. Þessvegna verdr þetta svo sett í þrílidu, þegar ádr er búit at leggia saman allra tillag:

til dæmis: A tilleggr 600 rd.
B = 300 =
C = 200 =

summan af allra tillagi 1100 rd.

1100rd : til 600rd. = sem 1500 rd : (til $818\frac{2}{11}$ rd. sem A. fær)

1500	11
9000|00	$818\frac{2}{11}$

1100 rd : 300 rd = 1500 rd : (409 $\frac{1}{11}$ rd, sem B fær)

15 00 / 4500 | 11

4500 00 | 409 $\frac{1}{11}$ rd.

1100 rd : 200 rd = 1500 : (272 $\frac{8}{11}$ rd, sem C. fær)

15 00 / 3000 | 11

3000|00 | 272 $\frac{8}{11}$ rd.

Af þessum reikningi sjest: at A, sem lagdi til 600 rd. fær af 1500 rd. 818 $\frac{2}{11}$ rd.; B, sem tillagdi 300 rd. fær 409 $\frac{1}{11}$ rd., og C, sem tillagdi 200 rd. fær 272 $\frac{8}{11}$ rd.

§. 111.

Í ofanskrifudu dæmi hefir eg med vilia gengit eptir þeim uhjuztu reikningsmeisturum, og vikit frá almennuri veniu at uppsetia Felagsreglu, sem svo er: ef 1100 rd. ávinna 150ð rd., hvað ávinna þá 600, 300, 200 rd.? eg vil einazta sýna, at menn seu ei fast vid eina reglu bundnir, til þess át ná megi því betri skilningi um útreikning þessarar reglu eptir því, sem sagt er i §. 109. og samanbera má vid §. 90., hvar 2 áln. hafa líkindi á móti 6 áln., sem 5 rd. á móti 15 rd., er því þessi Felagsregla eckert annat, enn þrílida eins opt uppsett og margir eru í samfelagi, og verdr í sylgiandi dæmum reiknud eptir almennum hætt, til dæmis: Einn er skuldugr A um 48 rd., B um 38 rd.,

C um 28 rd., en hefir ei at betala med, nema 66 rd.; hvad mikit á serhverr skulda-heimtari at fá þar af?

A hefir lánat	= =	48 rd.
B	= = =	38 =
C	= = =	28 =
summa þess, er allir lánudu		114 rd.

a) 114 rd. — 66 rd. - 48 rd? - $27\frac{15}{19}$ rd, sem A. fær.

48 · 528 · 264 · 3168

3168 | 114 = $27\frac{90}{114} = 27\frac{15}{19}$

228 · 888 · 798 · 90

b) 114 rd. — 66 rd. — 38 rd? — 22 rd, sem B fær.

38 · 528 · 198 · 2508

2508 | 114 = 22.

228 · 228 · 228

c) 114 rd. — 66 rd. — 28 rd? $16\frac{12}{57}$ rd, sem C. fær.

28 · 528 · 132 · 1848

1848 | 114 = $16\frac{24}{114} = 16\frac{12}{57}$

114 · 708 · 684 · 24

§. 112.

Nú vil eg vita hvad taka egi at hmisligu er samblandaz á, eptir vissum jafnudi og líkind-

um

um eðr tiltølu; til dæm.: ef læknisdóm skal tilbúa af þrenzlags medølum, og tekin eru af því fyrsta 3 lóð, øðru 5 lóð, þridia 7 lóð, hve mikit á þá at taka af hverin til tveggia punda? og má þat reikna med Felags-reglu, eptir sømu adferd og áðr er sýnd.

Af fyrsta medalinu eru tekin = 3 lóð
= øðru = = = = 5 =
= þridia = = = = 7 =

til samans 15 lóð.

a) 15 lóð — 2 ℔. — 3 lóð? — $12\frac{4}{5}$ lóðs af því fyrsta.
2 ℔. = 64 lóð; 64 × 3 = 192. 192 | 15 / $12\frac{4}{5}$

b) 15 lóð — 2 ℔. — 5 lóð? $21\frac{1}{3}$ lóðs af øðru.
2 ℔. = 64 lóð; 64 × 5 = 320. $\frac{320}{15} = 21\frac{1}{3}$.

c) 15 lóð — 2 ℔. — 7 lóð? $29\frac{13}{15}$ lóðs af þridia.
2 ℔. = 64 lóð; 64 × 7 = 448; $\frac{448}{15} = 29\frac{13}{15}$

§. 113.

Þegar svo ber við, at eins og serhvers tillag er bundit við tíð og tíma, þá á at margfalda hvers eins tillag med tíma-tølunni, eins og fyriskrifat er um retta tvøfalda reglu §. 105. leggia síðan øll pródúktin saman, og svo framfara med útreikninginn eptir næztundangángandi §§. 110, 111. til dæmis: ef 3 menn hafa leigt

slæginland saman fyri 20 rd. A tilleggr 6 menn at slá fyri sig í 4 vikur, B. 8 menn í 6 vikur, C. 12 menn í 8 vikur; hve miklu á hverr peirra at svara fyri slæginlandit?

A tilleggr 6 menn — B 8 menn — C 12 menn
í 4 vikur — í 6 vikur — í 8 vikur
24 48 96

A — 24
B — 48
C — 96

a) 24) 168 — 20 — 24? — $2\frac{6}{7}$ rd, sem A svarar.
7 24) 24 20 | 7
1 14 | $2\frac{6}{7}$
6

b) 24) 168 — 20 — 24) 48? $5\frac{5}{7}$ rd, sem B svarar.
7 2 2
40 40 | 7
35 | $5\frac{5}{7}$
5

c) 24) 168 — 20 — 24) 96? $11\frac{3}{7}$ rdl, sem C svarar.
7 4 4
80 80 | 7
7 | $11\frac{3}{7}$
10
7
3

§. 114.

Ef Felags-reglu á at prófa, þá skal leggia þat saman, sem allir hafa fengit, eðr og ega

ega út at svara, sem jafnt á at verda vid summu þá, er í fyrstunni átti at skipta med øllum.

til dæmis:

A átti at svara fyrir. engit	=	$2\frac{6}{7}$ rd.
B "	=	$5\frac{5}{7}$ "
C "	=	$11\frac{3}{7}$ "
summa þess, er allir áttu at svara		20 rd.

22. Kapituli.

Um Bløndunar-reglu.

§. 115.

Þessa reglu, sem reikningsmeistarar kalla regulam alligationis, má nefna Bløndunar reglu, vegna þess at í henni verda hmisligar tølur samanbundnar og blandadar hver vid adra, þess vegna eru og í henni gefnar tvenzlags tølur, fyrst þær, sem blandaz egu (numeri alligandi), og því næzt hin samblandna talan (numerus alligatus).

Bløndunar-reglu má brúka í hmisligum tilfellum t. d.: þegar menn vilia blanda korni, víni, málmi edr ødru saman, og serhvad er af hmisligu verdi, þat er: lett og gott til sam-

ans, og fá svo víst verd á samblöndudu vorunnar aptr, svo sem, ef gullsmior nockurr hefdi tvenzlags silfur, og lódit af því betra kostadi 64 ß, en af hinu lakara 48 ß, og vildi hann blanda því saman, svo hann gæti sídan selt lódit á 52 ß, þá er spurning: hvad mikit hann egi at taka af hverjú silfri fyri sig? item: ef víntappari nockurr hefir þrenzlags vín á 8 ß, 14 ß, og 20 ß pottinn, og vill blanda því saman, svo hann geti selt pottinn á 16 ß, hve mikit þá egi at taka af hverju?

§. 116.

Vid uppsetníngu þessarar reglu, er einkum þrennt adgætandi:

1) á at setia tolurnar, sem samanblandaz egu (numeros alligandos), hvad margar sem eru, í rettri rod hvorja út frá annari, draga þar undir 2 strik, med svo miklu bili á milli, at samblandna talan (numerus alligatus) verdi sett þar á millum, eins og seinna skal giort.

2) skal leita at mismun talnanna, sem samblandaz egu og hinnar samblöndnu tölu, hvar vid er athugandi: at seu tolurnar, sem samanblandaz egu, ecki nema tvær, þá á mismun þeirra og samblöndnu tolunnar, at skrifa þannig á misvíxl, at stærri mismunrinn se settr undir minni, en minni mismunrinn undir stærri toluna; seu fleiri tolur, sem blandaz egu, þá er adgætt: hver þeirra se stærst, og undir hana skal skrifa mismun-

mismuninn á øllum hinum er samanblandaz áttu, og þeirrar samblǫndnu tølu, en undir minni tolurnar er allstadar settr mismunrinn á stærstu tølunni og hinni samblǫndnu.

3) á allann mismuninn saman at leggia, og setia svo í þrílidu, at summan standi í fyrsta rúmi, i ødru mismunr allra talna út af fyri sig, hverr uppundan ødrum og í 3ia rúmi 1, sem merkir 1 lód silfurs, 1 pott víns, edr annat, sem um verdr spurt. til dæmis:

I. Einn gullsmidr hefir tveggjags silfur, og kostar lódit af því betra 64 ß, en af hinu 48 ß; þeßu vill hann samblanda, svo hann geti selt lódit á 52 ß, og vill vita hvad mikit hann á at taka af hverju silfri fyri sig; reglan skal því uppsett og útreiknud eptir því, sem nú var sagt:

1 lód 48 ß — 1 lód 64 ß, tølur, sem blandaz egu.
1 lód 52 ß samblǫndud tala.
12 4 mismunr.

mismunrinn á 52 og 64 er 12, sem settr er undir 48, og mismunrinn milli 52 og 48, sem eru 4, undir 64, eptir því fyrra tilfelli, sem í annari reglu er umgetit, en 12 og 4 til samans lagdir, eru 16, sem verdr fyrsta tala í þrílidu, og skal svo uppsett:

16 { gisra { 12 / 4 hvad gisrir 1? svar: { 12/16 / 4/16 edr 3/4 / 1/4 }

eg sie nú, at af lakara silfri þarf at taka $\frac{3}{4}$ parta lóds, edr 3 qvintín, en af því betra $\frac{1}{4}$ part lóds edr 1 qvint. sem tilsamans giorir 1 lód, hvert seliaz á fyri 52 ß, en útreikningrinn skedr tveimsinnum eins og her var sýnt.

II. Einn vínhandlari hefir prenzlags vín, nefnil. á 20 ß, 14 ß og 8 ß pottinn, en vill blanda því saman svo hann geti selt pottinn á 16 ß; þat verdr eptir reglunni þannig uppsett:

1 pott 20 ß — 14 ß — 8 ß tolur, sem samblandaz egu.
16 samblǫndud tala.

8 — 4 — 4 } mismunr.
2 — — — }

mismunurinn á 16 og 8 er 8, og á 16 og 14, er hann 2, eg skrifa því 8 og 2 undir 20, edr þá fyrstu tolu, sem samblandaz á, en mismuninn á 16 og 20, sem er 4, set eg aptr undir 14 og 8; allr þessi mismunr, samanlagdr er 18, sem, eins og ádr er sagt, verdr fyrsta tala í prílidu, er þannig skal uppsett:

18 { gióra { 10 / 4 / 4 hvad giorir 1? svar: { $\frac{10}{18}$ / $\frac{4}{18}$ / $\frac{4}{18}$ } edr { $\frac{5}{9}$ / $\frac{2}{9}$ / $\frac{2}{9}$ }

af bezta víni egn því at takaz $\frac{5}{9}$, af lakara $\frac{2}{9}$ og af því lakazta einnig $\frac{2}{9}$ partar úr potti, egi 1 pott at selia fyri 16 ß, en útreikningrinn er prisvar giordr.

§. 117.

Vilie eg vita hve morgum ß $\frac{5}{9}$, og tvisvar $\frac{2}{9}$ partar í ofanskrifudu dæmi samgildi, þá

þá má þat finna með þrílíðu, sem þannig er þrisvar uppsett:

1 pottr af dýrazta víni giorir 20 ß, hvad þá $\frac{5}{9}$ partar úr potti? svar : : $11\frac{1}{9}$ ß

1 pottr af ódýrara víni giorir 14 ß, hvad þá $\frac{2}{9}$ partar potts? svar : : : $3\frac{1}{9}$ ß

1 pottr af ódýrazta víni giorir 8 ß, hvad þá $\frac{2}{9}$ partar úr potti? svar : : $1\frac{7}{9}$ ß

til samans, eins og útkoma áttu 16 ß.

§. 118.

Bløndunar-reglu má prófa með því at leggia saman tolurnar, sem útkomu, því sái menn eins og í þessum undanförnu dæmum 1 lód silfurs eda 1 pott víns út aptr brotalaust, þá er rett reiknat, svo sem $\frac{3}{4}$ og $\frac{1}{4}$ partr lóds giora 1 lód; $\frac{5}{9}$ og tvennir $\frac{2}{9}$ partar potts eru 1 pottr, og í hverugu dæminu verdr brot.

23. Kapituli.
Um Jómfrúa-regluna

§. 119.

Þessi regla, sem mikit á skyldt vid blønd-unar-reglu, kallaz Jómfrúa-regla (regula Coeci edr virginum) vegna hennar óstødugleika,

ei svo þeß vegna, at hún se sialf óviß edr óstodug, heldr hins, at med henni má giora ólika útreikninga af þeim dæmum, sem framsett verda, en þó alla eins retta.

Med þeßari reglu verda útreiknud margshättar dæmi, bædi til gagns og skemtunar þeim hana kunna, svosem: ef einn vill kaupa 10 skip, áttæringa, sexæringa og 4ra manna för, fyri 100 rd. og serhvert eptir vissu verdi, þá er spurning: hve mörg hann fær af hverium fyri sig? item: ef 70 persónur verda bodnar til brúdkaupa, og þeim er lagdr veizlu-kostr fyri 200 rd, med því móti at serhverium af fyrisólki, sem sitia á vid háborbit, og bezt verdr borit, eru ætladir til máltídar 4 rd; hverium, sem sitr vid lægra bordit, 3 rd; og hverium, sem sitr vid nedsta bordit, 2 rd; þá er spurning: hve margar persónur geti setit vid hvert bord?

§. 120.

Vid uppsetningu og útreikning þeßarar reglu, má þetta athuga:

1) á her deilirinn, sem í almennilegri frálidu er í fyrsta rúmi, at vera í midri reglunni, edr standa í odru rúmi; í fyrsta rúmi næzt vinstri hendi, á aptr at standa persóna edr hluta talan, sem um verdr spurt, en summa peninganna edr þeirrar gefnu tölu, næzt hægri hendi í 3da rúmi.

2) þá

2) Þá þannig er búit at uppsetia regluna, er neðsta miðtalan dregin frá þeirri esstu, þar næzt frá annari, og svo ofan eptir, ef fleiri tölur eru, en mismunrinn er settr fyri neðan þver-strikit, sem dregit er undir allar miðtölurnar, áðr enn farit er at draga frá; stærsti mismunrinn stendr fyrst, og svo minni og minni ofan eptir, sem allir síðan verða minir deilirar (divisores).

3) Því næzt er fyrsta tala reglunnar margfeldud med neðstu miðtölunni fyrir ofan strikit, en pródúktit dregit frá þeirri gefnu eptuztu tölu, og mismuninum deilt med þeim gefna deilir eðr deilirum fyrir neðan strikit, hverium út af fyri sig.

4) Er vid deilinguna adgætandi: at ei se deiliriun hafdr svo opt, sem verdr í fyrstu tölu, sem koma á í hlut, heldr á þar at vera nockurr afgángr handa næztu deilirum.

5) Þær tölur, sem koma í qvótana, sýna þá hvad eina, sem eptir var spurt, nema þat seinazta, sem þó einnig má finna, ef qvótarnir samanlagdir eru dregnir frá þeirri gefnu tölu í reglunni, og verdr þá mismunrinn sú seinazta tala, er um var spurt.

I. Dæmi:

I. Dæmi: Einn vill kaupa 10 skip, áttæringa, 6æringa og 4ra manna før fyri 100 rd; látum til dæm: áttæringinn ei kosta meir enn 16 rd. fexæringinn 12 rd., og 4ra manna farit 8 rd.; hve mørg skip fær hann þá fyri 100 rd. af hverium fyri sig? svar: 2 áttæringa, 1 fexæring og 7 4ra manna før; reglan verdr med þessu móti uppsett:

16

10 — — 12 — — 100

8 8 80

80 20 deilandi.

deil-irar. 8 4 0

8)20(2 áttæringar; 4)4(1 fexæringr. 10

16 3

4 eru eptir - 7,4ra mannaf.

Her er dæmit uppsett rett eptir ádr fyriskrifudu; 10, sem er skipa-talan setst upphafliga næzt vinstri hendi, 16—12 og 8, sem er skipa verdit, hvørier nidrundan ødrum í midid; 100, sem merkir rdl. edr allra skipa verdit, í þridia rúmi næzt hægri hendi; því næzt er nedsta midtalan 8, dregin frá efstu midtølunni 16, og 8 skrifadir fyri nedan strikit, svo 8 frá 12, og 4 skrifadir, verda þeir minir deilirar; fyrsta tala reglunnar 10, verdr margføldut med nedstu midtølunni fyrir ofan strikit, þat er 8, koma 80 í pródúkt, sem skrifaz eins og reglan sýnir, en pródúktit er dregit frá øptuztu tølunni 100, og verda eptir 20, sem er minn deilandi (dividendus); lokstns deili eg þessum 20 med

þeim

þeim nýju deilirum 8 og 4, er standa fyri neðan strikit, hverium út af fyri sig, og gæti að, at ei sé fyrsti deilirinn hafðr svo opt í deilanda at ei verði nockurr afgángr handa hinum, eðr þeim eptirkomandi. Hér verða 2 áttæringar í fyrra, og 1 sexæringr í seinna qvótanum, sem lagðir saman gióra 3, þá dreg eg frá 10 eðr fyrstu tölu reglunnar, og verða eptir 7, sem þýða eins mörg 4ra manna för.

II. Dæmi: Til brúðkaups veizlu verðr boðit 70 manns, er sitia egu við 3 borð, veizlukostr er tilætladr fyri 200 rd, en svo er tilætlat, at serhverr af fyrifólki, sem sitr við háborðit, eyði fyri 4 rd; serhverr við miðborðit fyri 3 rd, og hverr einn við lægsta borðit fyri 2 rd; nú er spurníng: hve margir at megi sitia við hvört borð?

	4	
70 — —	3	— — 200
2	2	140
140 deil-	2	60
irar.	1	

2)60(20 við háborðit. 1)20(20 við annat borðit
40 70
20 40
30 við 3ia borðit.

20 við efsta borðit, og 20 við miðborðit, dregnir frá 70 eðr tölu borðgestanna, er fyrst stendr í reglunni, skilia eptir 30, þat er tölu þeirra, sem vera egu við neðsta borðit.

24. Kapituli.

Um Fals-regluna.

§. 121.

Þeßa reglu hafa reikníngsmeistarar kallat Regulam falsi edr Fals-reglu, ecki þeßvegna, at hún framseti falska edr ósanna reikninga, helldr hins, at hún af tilfundnum óvißum tolum, framleidir þá rettu tolu, sem ad verdr spurt.

§. 122.

Í fyrndinni hafa menn trúad: at þeßi regla se fundin af hendingu einni, þegar hennar upphafs madr hafi á hmsa vegu verid at vellta fyri ser þeim myrkvu, en þó undir eins mikit lifligu og diúpfundnu dæmum, sem med henni verda leyst, eru því ei margar reglur í henni fyriskrifadar í eldri reiknings-bókum, eptir hverium at megi gánga, en nú á timum eru þau dæmi, sem reglan umhondlar, at meztu útreiknud med Algebra; annars er adferdin almennuzt: at menn útfinna og igrunda einhverja tolu, sem þykir láta nærri því, sem ad verdr spurt, setia hana í þriggia lida reglu, og med hennar hiálp finna þat retta svar; stundum giöriz þetta med einni setníngu edr ágizkan (hypo-

(hypotheſi), og þá kallaz reglan einföld; ſtundum með tvöfaldri, og þá er hún tvöföld.

§. 123.

Aðferðin at uppſetia einfalda Fals-reglu ſieſt bezt, þegar eitthvert dæmi verðr fyri ſiónir ſett og úrleyſt, ſvo ſem:

I. Dæmi: Antonius ſpyr Sempronium at alldri? Sempronius ſvarar: ef eg hálfyki alldr minn, og enn aptr at fiórða parti, hefði eg ſio um ſiötugt; nú er ſpurning: hvað gamall var þá Sempronius? ſvar: 44ia ára. her fer eg at ígrunda ſpurſmálit, og ímynda mer einhverja tölu, ſem því gángi hvað næzt, hvar-því: væri Sempr. fertugr, þá yrði helftin þar af 20 og $\frac{1}{4}$ partr 10, þetta til ſamans lagt gierir hann 70 ára, en af því mig vanta enn þá 7 ár, til at geta gizkat rett á tölurna, ſem eg átti at finna, þá ſet eg gátu mína upp í þrílidu, og álykta þannig: fyrſt 70 ár framkoma af 40 (ſem er Sempronii alldr, eins og eg ímynda mer, þegar eg legg þar til $\frac{1}{2}$ og $\frac{1}{4}$ af 40), af hverri tölu eru þá 77 ár komin?

Reglan ſiálf uppſett:

40
20
10
70 ár, framkoma af 40 — hvaðan koma 77 ár?

$$\begin{array}{r|l} 77 & \\ \hline 3080 & \begin{array}{l}70\\ \hline 44\end{array} \end{array}$$

ſvar: 44 árum.

Þó

Þó eg taki fyri mig ádra fiarlægari tølu til dæm: 20, 10, 5, sem giøra til samans 35, og setie regluna svó upp: 35 ár framkoma af 20, af hverri tølu framkoma þá 77 ár? þá fæ eg og svo med því móti at vita Sempronii alldr, því allt eins koma 44 ár í qvóta.

35 — 20 — — 77?

20

35) 1540 (44

II. Dæmi: Einn var adspurdr: hve marga rdl. hann hefdi hiá ser? hann svaradi: ef eg burttæki einn þridia part af peningum þeim, er eg hiá mer hefi, og tvøfaldadi sidan þat eptir væri, þá hefdi eg 36 rd; hve marga rdl. hafdi hann? svar: 27 rd; her set eg, at sá, sem spurdr var, hafi hiá ser haft 24 rd., þar frá dreg eg ⅓ part edr 8, verda eptir 16, þá tvøfalda eg og fæ 32, en set þetta svo upp í regluna: ef 32 rd. framkoma af 24, hvad framkemr þá af 36? svar: 27 rd.

8) 32 — — 8) 24 — — 36? svar: 27

4 3 3

4) 108 (27 rd.

her má minka fyrstu og ádra tøluna med 8, til at giøra reikninginn audvelldari.

III. Dæmi: Af 4um skipum, sem gengu í einni veidistødu, átti at segia hluta hæd í vertídar lokin; formennirnir hetu Árni, Biarni, Christ-

Christián og David; Biarni hafdi ablat tvøfaldt, en Christián þrefaldt við Arna, David eins mikit og þeir allir, en þat vóru 480 fiskar, sem David feck til hlutar; hvad feck þá hverr hinna? svar: Arni 80, Biarni 160, Christián 240 fiska hlut. Her set eg: at Árni hafi fengid 60, Biarni 120, Christián 180, þetta gierir til samans 360 fiska hlut, sem David ætti at hafa fengid, en þar mig vantar enn þá 120 fiska uppá Davids hlut, þá set eg þetta svo í regluna:

A feck 60
B — 120
C — 180
D — 360 framkoma af 60 - hvadan koma 480? svar: af 80.

Þeßvegna verdr:

A hlutr 80
B — 160
C — 240
D — 480 eins mikill, og hinna allra.

60
360) 28800 (80
2880
0000

§. 124.

Adferdin at uppsetia á tvøföldu Falsreglu, er þeßi:

1) Eru teknar 2 tølur, sem menn ímynda sér at láti sem nærst þeirri, er ad verdr spurt, hvert helldr þær verda meiri edr minni, þær á at skrifa til vinstri handar, hvèria fyri nedan adra, og gæta um leid at: hversu lángt hver þeirra víki frá tølunni, sem gefin er í dæminu, og hvort mismunrinn se stærri edr minni enn

ber, þenna mismun skrifa eg rett út frá hverr=ar tölu setníngu til hægri handar.

2) Beri svo til, at mismunrinn verdi í báð=um stødunum stærri, skrifaz á milli beggia setn=inganna og mismunarins teiknit + (plus, sem þýdir meira enn um var spurt), edr og, ef mismunrinn verdr í báðum stødunum minni enn spursmálinu svarar, skrifaz millum beggia setn=inganna og mismunarins teiknit — (minus, sem þýdir minna enn um var spurt), og í báðum þeßum tilfellum skal draga minna mismuninn frá þeim meiri; en se mismunrinn vid adra setníngunа, minni enn vid hina, og teiknin verda ólík á milli setníngannа og mismunarins, nefnil. + og —, þá skal leggia báda þá mis=muni saman.

3) Þegar med jøfnum teiknum er búit at draga minni mismuninn frá þeim meiri, verdr þat sem eptir stendr deilir, eins þegar teiknin eru misjøfn, og búit er at leggia mismuninа saman, þá verdr summan og svo ad deilir.

4) Báðar setníngarnar til vinstri handar skulu margfaldadar med mismunum á víxl edr í kroß ×, en tölurnar, sem framkoma af þeirri margfaldan, eru annathvert lagdar saman, ef teiknin vóru ólík, edr og dregnar hver frá ann=

ari,

ari, hafi þau eins verid, og skal á talunni, sem framkemr, deila med þeim deilir, sem næzt undangengin 3ia regla fyrileggr, kemr þá fram sú retta tala, sem eptir var spurt.

Merk: med tvøfaldri Fals-reglu verda reiknut øll þau dæmi, sem henni eru eginlig, og ei er møgulegt at reikna med einfaldri; en þvert á móti má reikna einfaldrar reglu dæmi med hinni tvøfoldu.

Eg vil reyna at uppsetia fyrsta dæmi í einfaldri Fals-reglu um alldr Sempronii, og reikna þat med tvøfaldri. Eg set þá at Sempronius hafi verid 40 ára; ½ partr þar af eru 20, en ¼ partr 10, sem giørir til samans 70; þessir 40 verda þá mín fyrri setníng í reglunni, en af því mig vanta 7 ár til 70, sem framkoma af 40, 20 og 10 til samans løgdum, til at ná øllum Sempronii alldri, þá fæ eg þetta teiku —, millum 40 og 7 (hveria, nefnil. 7, eg skrifa til hægri handar); mín seinni setníng í reglunni verdr 20, ½ partr þar af 10, ¼ partr 5, sem giørir til samans 35, en af því mig vanta 42 ár uppá 77, sem eg finn, þegar eg dreg 35 frá 77, svo fæ eg enn þá sama teiku —, milli seinni setníngar og mismunarins, sem er 42, hveria eg set fyri nedan 7, margfalda svo 40 med 42 og fæ 1680, eins 7 med 20 og fæ 140, sem skrifaz á misvíxl, eins og reglan upp-

sett með sér ber. Þar eptir dreg eg 140 frá 1680, af því at teiknin eru jøfn, framkemr þá afgángrinn 1540, hverium eg sundrskipti með stærri mismunar tølunni, þegar eg er ádr búinn at draga frá henni þá minni, nefnil. 7 frá 42, verda eptir 35; þessir 35 eru minn retti deilir, sem gefr 44 ár í qvóta edr hinn retta Sempronii alldr.

I. Dæmi: með jøfnum teiknum.

fyrri setn. 40 — 7. 1680 frá mism. 42
seinni setn. 20 — 42. frádr. 140 drag: 7

1680 — 140 1540 — — 35

35) 1540 (44 ár.

Sama dæmi með annari tølu og ójøfnum teiknum.

fyrri setn. 32 — 21 sam. 224. mism. 21
seinni setn. 48 + 7 legg: 1008. saml. 7

224 1008. 1232 28

deilir-28) 1232 (44 ár

Her siest adferdin gloggt, ef dæmin eru samanborin í báðum stødunum, við undangengnar reglur.

II. Dæmi: þrír menn løgdu peninga saman til verzlunar, með því skilyrdi, at A. legdi til, ei nema þridiúng við B. B þrefaldt við A, og C tvøfaldt við þá báda, en þat vórn alls 2000 rd, sem allir tilløgdu; hve mikit hefir hverr þeirra tillagt? Set nú í fyrstu at A hafi tillagt 100 rd., B. þrefaldt, edr 300 rd, C. tvøfaldt við báda þá, edr 800 rd; þetta gjørir.

giorir til samans 1200 rd, vanta 800 rd. uppá 2000 rd, edr þá rettu summu peninganna.

Set nú í annat sinn, at A. hafi tillagt 200 rd. B. 600 rd. C. 1600 rd., þetta giorir til samans 2400 rd. edr 400 rd. ofmikit; sú fyrri setningin fær því þetta teikn —, og sú seinni ✝, sem setiaz á milli setninganna og mismunanna, síðan er margfaldat á víxl; bædi pródúktin verda samanlegd, og summunni 200000, er deilt med mismunar tolunum samanlegdum, edr 1200.

100	800	=	800
200	400	=	400
40000	160000		1200
	40000		

1200) 200000 (166 $\frac{800}{1200}$ edr $\frac{2}{3}$.

Her af siest at:

A. hefir tillagt	=	166 rd.	4 mk.
B. þrefaldt vid A. edr	=	500 -	= -
C. tvøfaldt vid báda þá edr		1333 -	2 -
til samans —		2000 rd.	= -

III. Dæmi: Einu átti at heilsa eptir gömlum lanzvana á brúda-beck, hvar margar meyiar sátu, hann vildi fara skemztu leid, og sagdi: sælar veri þid mínar fridu stúlkur allar 60 saman; ein þeirra svaradi: ef her væru eins margar at auki, og nú eru, og vid toluna væri aukit einum þridiúngi, og enn þá einum siettúngi, þá hefdir þú getit í kollinn; spurníng: hve margar vóru meyiarnar? Her set eg fyrst:

at þær hafi verit 12, eins margar til eru og svo 12, þridjúngr af 12 eru 4, en siøttúngr 2, þetta samanlagt giørir 30, vantar mig svo 30 uppá tøluna, þess vegna verdr fyrri setníngin 12 — 30; þar næst set eg þær hafi verit 18, eins margar til giora adra 18, þridiúngr af 18 er 6, en siøttúngr 3, sem samanlagt giørir 45, vantar mig þá 15, og því verdr seinni setníngin 18 — 15; svo verda tølurnar margfaldadar á vixl, framkoma 180 og 540, minni talan dregin frá þeirri meiri, med því at her eru jøfn teikn, lætr eptir 360, minni mismunrinn 15, verdr dreginn frá þeim stærra 30, eru eptir 15, sem verda minn deilir, og med þeim skipti eg 360, koma 24 í qvóta, sem er tala meyianna.

12 — 30 = = 30
18 — 15 15

180 540 15
180

15) 360 (24
30
60
60

Próf.
24 Meyia talan.
24
8
4
60

Þessa reglu þarf ei at prófa serdeilis, enn adgæta hvert tølurnar komi rett upp, þegar allt er samanlagt, sem gefit var.

25. Kap-

25. Kapituli.

Um útdrátt Qvadrat-rótar.

§. 125.

Út útdraga Qvadrat-rótina (extrahere radicem qvadraticam) af einhverri gefinni tølu, er at finna þá tølu, sem margføldud med sjálfri sér, framleidi þá gefnu. til dæmis: gefna talan skal vera 4; nú á at finna þá tølu, sem margføldud med sjálfri sér, framleidi 4, eru þat 2, því tvisvar 2 eru 4, og er þá búit at finna qvadrat-rótina af 4.

Qvadrat-tala (numerus qvadraticus), nefniz þat pródúkt, sem framkemr af einhverri tølu, er margføldud verdr med sjálfri sér, svo sem: 4 af tvisvar 2, 9 af þrisvar 3, 16 af fiórumsinnum 4, og sv. fr. en talan sjálf, sem þannig verdr margføldud, heitir qvadrat-rót (radix qvadratica) af Qvadrat-tølunni edr qvadratinu.

§. 126.

Þegar útdraga á qvadrat rótina af einhverri gefinni tølu, þá má, ef vill, tilbúa tøblukorn, sem sýni qvadrat-tølurna af einføldum tølum, edr øllum 9 tølustøfunum, á þenna hátt:

rótin.	qvadrat-talan.
1	1
2	4
3	9
4	16
5	25
6	36
7	49
8	64
9	81

Annars finzt þat strax í Tabula Pythagorica §. 22. og meira ríðr á þeirri töblu, sem sýni bædi Kúbík- og Qvadrat-tölur, er síðar mun fylgia með Kúbík-reikningi. Af því búnu eru þessar reglur adgættar:

1) Er skrifud Qvadrat-talan, af hverri útdraga á Qvadrat-rótina, í einni línú áfram frá vinstri til hægri handar, og skal henni síðan sundrskipta í studla frá hægri til vinstri, svo at hverr studull innibindi í sér 2 tölustafi, en eins marga tölustafi innibindr rótin og línan studla; í seinazta studli til vinstri handar verda þá annathvert 1 eda 2 tölustafir.

2) Verdr í rótar-töblunni uppleitud, sú Qvadrat-tala, er næzt gángi þeirri tölu, sem er í fyrsta studli til vinstri handar, en rótin stendr æ í töblunni rett út frá þeirri tölu, og

skrifaz

skrifaz hún í qvóta, eins og í deilingu er brúkanligt; Qvadrat-talan verdr sídan skrifud, og dregin frá fyrsta studuls tolunni til vinstri handar, og hefir madr þá fundit fyrsta hluta Qvadrat-rótarinnar.

3) Nýr deilir verdr sídan fundinn med því móti: at sú tala, sem komin er nú í qvóta, verdr margfoldud med 2, edr tvøfoldud, og fá stafr í pródúkti þeßarar tolu, sem þá framkemr og næztr er hægri hendi, á at skrifaz undir fyrstu tolu næzta studuls til vinstri handar; med þeßari tolu er nú deilt, eins og ádr er skrifat, og sú tala edr rót, sem þá útkemr, er sett í qvótann, og undir eins aptan vid deilirinn til hægri handar, sídan er øll þeßi tala margfoldud, og á hana at útstrika med nýiu tolunni, sem komin er í qvóta, en pródúktit draga frá qvadrat-tolunni, sem fyrir ofan stendr, svo er ei einúngis fundinn annar partr rótarinnar, helldr og øllu aflokid, sem her vid átti at gióra.

4) Med sama móti skal áfram halda at útdraga qvadrat-rót af qvadrat-tolu, þó fleiri seu studlarnir.

5) Beri svo vid at deilirinn verdi stærri enn qvadrat-talan, sem fyrir ofan stendr, þá skal skrifa o í qvóta, rett eins og brúkanligt er í

almennilegri deilingu, og leita síðan upp nýjann deilir.

6) gángi nockut af deilanda (eðr þeirri tölu, sem rótin átti at dragaz af), á þann afgáng at skrifa eins og teliara í brota-tölu við qvótann tvöfaldaðann, og bæta þar við 1, annars er nú meir brúkanligt at bæta 0 aptan við brotit, og halda svo áfram með útdráttinn, til þess at geta, sem grandvarligazt reiknat, hvað þeim enn betr skilst, er nád hefir þeckingu á reikníngi með tuga-brotum.

Eptir þessum reglum vil eg nú útdraga Qvadrat-rótina af 2025.

```
20|25  (45
 16
---
 425
 (85)
 425
---
 000
```

Her adgreini eg fyrst 2025 í 2 studla, gæti síðan að: hvaða qvadrat-tala þat se, sem næzt gángi 20 í rótar-töblunni, og finn þat vera 16, en rótina, sem þar útundan stendr í töblunni eðr 4, skrifa eg í qvótann, því 4sinnum 4 eru 16, þessa 16 dreg eg frá 20 eðr fyrsta stuðuls tölunni, verða eptir 4, færi síðan niðr tölu annars stuðulsins til 4, nefnil. 25, og útvega mer nýjann deilir, með því at margfalda þá fengnu rótar-tölu, sem í qvótanum stendr með 2, eptir undangenginni 3ju reglu, framkoma 8, sem eg set undir

undir fyrsta tolustaf annars stuðuls til vinstri handar, segi svo: 8 í 42 hefir eg 5sinnum, þessa 5 skrifa eg í qvótann, og undir eins hjá 8, svo nú skal 85, sem eptir á egn at útstrikaz, margfalda med þeim nýfengna rótar staf 5, giorir 425, sem dregnir frá 425, er standa fyrir ofan þá útdregnu 85, skilia eckert eptir, verdr svo qvadrat-rótin af 2025 = 45. Ein og hin sama er síðan adferdin, hvad margir, sem stuðlarnir kunna at verda.

Dæmi: sem sýna hvenær útdrátt qvadrat-rótar megi brúka:

I. Dæmi: Ef 20736 manns, ættu at nidrradaz í ferhyrnda fylkingu, hvað yrdu þá margir menn í ferhverri yztu rød fylkingarinnar? svar: 144.

```
2|07|36  (144
1 : : . .
-------
107  .
 24 . .
 96 . .
-------
 1136
  284
 1136
-------
```

Í þessu dæmi er tolurødinni sundrskipt í 3 stuðla, en adferdin er þar fyri sem og jafn.

II. Dæmi: hve margir fadmar hvers vegar af 4', á 3ia daga sláttr, edr 30 álna tún at vera,

vera, sem inniheldr 2700 ferhyrnda fadma? svar: $51\frac{22}{103}$ edr hardtnær 52 fadmar

$$\begin{array}{r|l} 2700 & (51\frac{22}{103} \\ 25\,: : & \\ \hline 200 & \\ X\,\emptyset\,X & \\ 101 & \\ \hline 99 & \end{array}$$

Her skrifaz afgángrinn eins og teliari vid qvótann fyrir ofan strikit, en qvótinn tvøfaldadr, og þar vid bættr 1, fyri uedan þat, eptir næztundangengins §s. 6tu reglu.

III. Dæmi: hversu lángr þarf sá stigi at vera, sem at nedan stendr 20 álna lángt frá þeim kyrkiustøpli edr turni, sem er 30 álna hár ef stiginn skal ná efzt uppá turninn? svar $36\frac{4}{13}$ áln.

Í þessu tilfelli eru 20 álnir edr lengdin frá turninum til stigans at nedan, margføldud med sialfri ser, framkoma 400, og hæd turnsins, 30 áln. á sama hátt med 30, framkoma 900, þessar tolur verda samanlagdar 1300, hvar af qvadrat-rótin er sídan dregin og kemr þá upp stiga-lengdin í qvótann.

$$\begin{array}{cccc|l} 20 & 30 & 400 & 1300 & (36\frac{4}{13} \\ 20 & 30 & 900 & 9 & \\ \hline 400 & 900 & 1300 & 400 & \\ & & & 66 & \\ & & & 396 & \\ \hline & & & 4 & \end{array}$$

§. 127.

§. 127.

Prófa má, hvort rett se útdregin qvadrat-rótin, af einni gefinni tolu, med því: at margfalda rótina, sem stendr í qvótanum, med sjálfri sér, og leggia þar til brotit, ef nockurt er, þá á at útkoma aptr qvadrat-talan.

Eg vil reyna I. og III. dæmi í þessum reikníngi:

I. Dæmi 144 rótin.

144
576
576
144
20736 qvadr. talan.

III. Dæmi $36\frac{4}{13}$ rótin.

36
216
108(4
1300 qvadr.tal.

Her kemr retta talan upp aptr í báðum dæmunum; einúngis þarf at adgæta: at brotit (4, í 3ia dæminu leggiz til tolunnar, sem saman á at leggia, og þess vegna skrifaz þat undir 6, ádr enn samanlagt verdr.

26. Kapituli.

Um Útdrátt Kúbík-rótar.

§. 128.

At útdraga Kúbík-rótina (extrahere radicem cubicam) af einhverri gefinni tolu, er at finna þá tolu, sem margfoldud med sinni qvadrat-

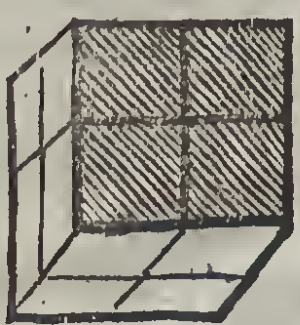
tolu,

tölu, framleidi þá gefnu. til dæmis: sú gefna tala skal vera 27, nú á þá tölu at finna, sem með sinni qvadrat-tölu margföldud, framleidi þeßa 27, og eru þat 3, því qvadrat-talan af 3 er 9, með þeim egn 3 at margfaldaz, og þá framkemr hin fyrsta gefna tala edr 27.

§. 129.

Kúbík-tala kallaz sú, sem fyrst verdr margföldud med sjálfri sér, og þar næzt aptr med sinni egin rót; svo sem 2svar 2 eru 4, og þeßir 4 aptr med 2, sem er rótin af 4; sú níja tala, sem þá kemr fram, nefnil. 8, kallaz Kúbík-tala, en 2 Kúbík-rótin af 8.

Merk: Kúbus kallaz sú figúra edr mynd, sem eins er lögud og teníngr, hvers hæd edr dýpt, lengd og breidd er ein og hin sama, og hefir því 6 jafna kanta:



§. 130.

Ádr enn Kúbík-rótin er dregin af einhverri gefinni tölu, er til léttis tilbúin eptirfylgiandi tabla, sem sýni bædi qvadrat- og Kúbík-töluna af öllum einföldum tölum.

rótin

rótin	1	2	3	4	5	6	7	8	9
qvadr. talan	1	4	9	16	25	36	49	64	81
kúbík-talan	1	8	27	64	125	216	343	512	729

1) Par eptir verdr gefnu tolunum skipt í studla, frá hægri hendi til vinstri, á paun hátt: at serhverr studull, innibindi í ser 3 tolustafi; svo margir, sem studlarnir eru, svo margir verda stafir kúbík-rótar í qvóta, en opt ber pat vid, at í seinazta studli, sem næzte er vinstri hendi, verda ei 3 tolustafir, helldr stundum 2, og stundum ecki nema 1.

2) Er leitat í rótar toblunni, at peirri kúbík-tolu, sem næzt gengr peirri, er stendr í fyrsta studli af tolunni, sem Kúbík-rót skal dragaz af, næzt vinstri hendi; hún verdr sidan dregin frá studuls-tolunni, en rótin, sem stendr upp undan henni edr nánuztu tolu í toblunni, verdr skrifud í qvótann, er svo fundinn fyrsti stafr kúbík-rótar.

3) Penna fyrsta staf qvótans á at margfalda med sjálfum ser, og qvadrat-toluna, sem par af framkemr med 3, en pródúktit skal svo setia undir næzta studul, at seinazta talan svari fyrstu tolu studulsins, næzt vinstri hendi, en hinir stafirnir gángi hverr fram af odrum til sonu handar, peßi tala verdr pá nýr deilir, sem sidar útstrikaz; med honum á at deila af-

gángi

gángi fyrsta studuls, og næztfylgiandi studli, sem nidr er færdr, hvar af framkemr annar stafr kúbík-rótar í qvótann.

4) á med þeim nýfengna staf qvótans, at margfalda deilirinn, og pródúktit sem framkemr, at skrifa rett undir honum; qvadrat-tøluna af nýia qvóta-stafnum á at margfalda med 3, og pródúktit aptr med þeim fyrra rótar-staf; þessa tølu, sem þá framkemr í annat sinn, á sídan at skrifa undir midtølu annars studuls frá hægri hønd til vinstri. Hit 3ia pródúkt, sem framkemr af kúbík-tølu hins nýia qvóta, skrifaz undir aunars studuls seinuztu tølu frá hægri til vinstri handar. Þessi 3 pródúkt verda seinazt samanløgd, og dregin frá gefnu tølunni, sem fyrir ofan stendr; á sama hátt skal framhalda med útdrátt kúbík-rótarinnar, þó fleiri seu studlar í þeirri gefnu tølu.

Eptir þessum reglum vil eg nú útdraga kúbík-rótina af

91125 (45 kúbík-rótin af 91125.

$i^3 = 64$

27125

deilir (48) $= 3i^2$

1ta pródúkt 240 $= 3i^2 \cdot i$

2at — 300 $= 3i \cdot i^2$

3ia — 125 $= i^3$

27125

00000

Her

Her strika eg fyrst 91125 í sundr í 2 studla, adgæti þar næst: hvada Kúbík-tala þat se í rótar tøblunni, sem næst gengr fyrsta studuls tølunni, sem eg finn vera 64, en rótina 4 standa þar rett uppundan í þridia rúmi; hana skrifa eg í qvótann, en 64 dreg eg frá 91, verda afgángs 27; hiá þessum 27 skrifa eg annann studul Kúbík-tølunnar edr 125, sem eg flyt nidr, og á nú aptr at draga kúbík-rótina af 27125, til at geta fundit mer deilir til þessarar tølu, margfalda eg fyrsta qvóta-staf med sjálfum ser en qvadrat-tølunna þar af med 3, og skrifa próduktit 48, sem verda minn deilir eptir því, sem er rád fyri gisrt í undangenginni 3ju reglu; med þessum 48 deili eg 27125, og koma 5 í qvótann, sem er annar rótar-stafr, deilirinn 48 verdr med þeim nýia rótar-staf 5 margfaldadr og skrifadr eptir 4du reglu; qvadrat-talan af þessum nýia qvóta-staf, og svo margfoldud med 3, og próduktit aptr med fyrra staf qvótans edr 4, á at skrifaz þar fyri nedan; í 3ia lagi á kúbík-tølunna af 5 edr þeim nýia rótar-staf at skrifa, þessi 3 próduktsaman at leggia, og loksins draga frá þeirri gefnu tølu, er fyrir ofan stendr, allt eptir fyrisogn 4du reglu, og er þá aflokit þessum reikníngi.

Dæmi: sem syna egu, hvenær útdrátt kúbík-rótar megi bruka:

I. Dæmi: Í einu skipi var tilbúin ferkant-ud kista af vidar-bordum, í hverri korn-vara átti at flytiaz frá Kaupmannahøfn til Islands; kistan var 18 fóta á lengd, 16 á breidd, og 6 á dypt, en hverier 2 fætr samgilda 1 alin;

nú er spurning: hversu stór sú kista ætti at vera, sem jafn væri á alla vegu, þat er: at lengd, breidd og dýpt, en tæki þó allt eins mikit af korni og hin fyrri? svar: 12 fóta, edr 6 áln. á hvern veg. Lengdin 18, er fyrst margfoldud med breiddinni 16, framkoma 288, sú tala aptr margfoldud med dýpt kistunnar, sem er 6 áln. giorir 1728, af þessari tolu á at útdraga kúbík-rótina, og koma 12 í qvóta, sem er kistunnar lengd, dýpt og breidd.

1 7 2 8 (12 rótin	1 8
1	16
7 2 8	1 0 8
(3)	1 8
6	2 8 8
1 2	6
8	1 7 2 8
7 2 8	
0 0 0	

II. Dæmi: nockrir menn fóru til fiárkaupa med 4096 ß, svo margir sem mennirnir vóru, svo mørg lømb keypti hverr þeirra, og eins marga ß kostadi hvert lamb; hve margir vóru mennirnir, lømbin og ß, sem hvert lamb kostadi? svar 16 ß. svo margir vóru og mennirnir, og eins mørg lømb keypti hverr þeirra; eg sie at af 4096 þarf ei annat at giøra, enn útdraga kúbík-rótina, til at fá þetta at vita.

4096

4|0 9 6 (16
1
3 0 9 6
3
1 8
1 0 8
2 1 6
3 0 9 6

III. Dæmi: Ef af 13824 múrsteinum ætti at hlada upp stepul, rett í teníngs form, edr jafnann at hæd, lengd og breidd, hve margir steinar yrdu þá á hvern veg? svar: 24.

1 3 8 2 4 (24
8
5 8 2 4
(XZ)
4 8
9 6
6 4
5 8 2 4.

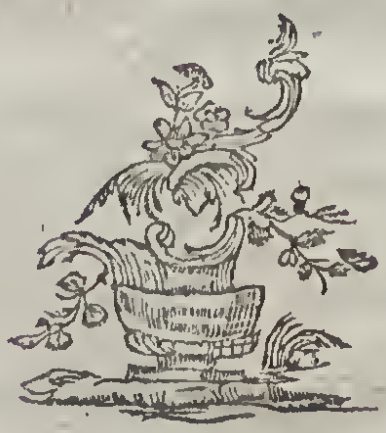
§. 131.

Prófa má, hvert kúbík-rótin se rett útdregin af gefinni tolu, med því at margfalda rótina, sem stendr í qvótanum, fyrst med sjálfri sér (qvadratice), og þat pródúkt, sem þá útkemr, aptr med rótinni (cubice), hvar vid þá brotnu tolu skal leggia, ef nockur er, kemr þá út fyrsta gefna talan.

Eg vil reyna II. og III. dæmi í þessum reikningi:

II. dæmi 16 kúb. rótin.	III. dæmi. 24
16	24
96	96
16	48
256	576
16	24
1536	2304
256	1152
4096	13824

í báðum dæmunum framkemr retta Kúbik-talan.



Fyrstu

Fyrstu Grunnstædur
úr
Bókstafa-reikningi
og
Algebra.

27. Kapituli.
Um Bókstafa-reikning.

§. 132.

Algebra er sá Lærdómr, sem kennir mjog almenniligar hjsutreglur og adferd til at finna ókendar stærdir, en þó einkanliga med líkingum (æqvationibus) og þeirra úrlausn.

Til flýtis og hægri verka, reiknar hún allt med teiknum og bókstøfum í tølustad, og adgreinir engar kendu stærdir, sem nefnaz med einhvørium bókstøfum hins látínska stafróss, svo sem: *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, *g*, og sv. fr., frá hinum ókendu, er ætíd teiknaz med *x*, *y*, edr *z*, sem allstadar þýda einúngis ókendar stærdir; þó reiknar hún allt eins med þeßum ókendu

stærdum til at geta fundit þeirra gildi, og með hinum, sem gefnar eru.

Bókstafa-reikníngr (calculus literalis, s. Algorithmus speciosus), handlar um enar algengu reikníngs-tegundir með bókstöfum í talnastad, og er því hin fyrsta vegleidsla til Algebra.

§. 133.

Allskyns stærdir eru annathvört játandi edr neitandi stærdir; játandi (qvantitas positiva) kallaz sú, sem meira er enn o, edr eckert; neitandi (qvantitas negativa) þvert á móti sú, sem minna er enn o, edr eckert, en af bádum ér hvor annari gagnstæd, og nefnaz þær því einnig gagnstædar stærdar (qvantitates oppositæ). til dæmis: Porkell lagdi vorur í kaupstad, fyrir 8 rd., sem hann tók út í heilum peníngum; þessir 8 rd. vóru Porkeli játandi stærd, því þó hann ætti eckert ádr, þá átti hann nú 8 rd., þat er: nú átti hann meira enn eckert, edr $o + 8 = 8$. Nu krefst kaupmadr 8 rdla skuldar af Porkeli, sem hann borgar med 8 rdlunum, er hann úttók, en er þá felaus eptir; þessi 8 rdla skuld var Porkeli neitandi stærd, því ádr enn hann tók út 8 rd. í kaupstadnum, átti hann 8 rdm. minna enn eckert, edr $o - 8 = -8$, þat er: hann vantadi 8 rd. til at borga med skuldir sínar, þessa 8 rd. feck hann, en hefir nú á eptir hvorki játandi ne neitandi peninga, er felaus og skuldlaus,

edr

edr á mí fyrst o. At 8 rdla eign, og 8 rdla skuld se hvort ödru gagnstædt, hygg eg audskilit.

Árni er róinn í lángleidi, kemr þar á hann óvedur, og á hann rett á móti í land. Med atorku mikilli getr hann dregit 3 víkur sjávar á móti, og vóru þær Árna játandi stærd, því hefdi hann verid í sama stad, þá væri hann eingu nær landi enn ádr, en nú er hann í raun og veru 3 víkum nær; Her rekr Árna undan í bilvidri 2 víkur sjávar, og hvad er hann nú lángt kominn? Þeßar 2 víkur eru neitandi stærd, því í stadinn fyrir at komaz áfram lengra, edr og at standa í stad, þá er hann rekinn 2 víkur aptr á bak, af þeim 3ur, er hann ádr var kominn, þat er, Árni er kominn 3 víkur — 2 víkur = 1 víku heim í leid. At 3 víkur fram, og 2 víkur aptr, se hvort ödru gagnstædt, er audsied. Morgum kemr í fyrstu undarlega fyrir, at þat sem minna er enn o edr eckert, kallaz her stærd, en þegar menn adgæta, at jafnan er áqvardat, hversu miklu minni enn o, at einhver neitandi stærd se, þá eru þat vißulega stærdir, sem um er at giora; hvad mikit vantadi Þorkel til at geta borgad skuldirnar? svar 8 rd. þá summu, þá stærd 8 rd, því 8 rd. eru óneitanliga stærd. Marsi er krafinn um 70 rd., en hefir ei til at borga, nema 24 rd., hvad mikit vantar hann? þat er: þegar Marsi hefir greidt 24 rd., edr allt hvad hann á til, hvad mikit er þá ógolldit? svar 46 rd; og svo mikit á hann minna enn eckert, edr: þeßi þeninganna neitandi stærd, er 46 rd. Þegar menn í dagligu tali segia um fátæklínga, at

þeir sen stórskuldugir, til dæmis í kaupstad, þá er þat hit sama og sagt væri, at þat er þeir hafi minna enn eckert (nefnilega skuldirnar), se stórmikit.

§. 134.

Þar ed játandi- og neitandi-stærd er hver annari gagnstæd, þá adgreinaz þær einnig med gagnstædum teiknum, nefniliga: játandi stærdir med Samlagníngarmerkinu + (plus), og neitandi- med Frádragníngarmerkinu — (minus), til dæmis: + 5 — 3 = 2, þat er: at 5 (sem er játandi edr verulig stærd), 3 fátt í (sem er neitandi), se jafnt vid 2. Se eckert teikn framan vid einhverja tölu edr bókstaf, eins og optliga finzt vid ena fremstu stafi í bókstafa edr talnarødum, þá merkir þat ætíd játandi stærdir, allt eins og + stædi þar augliósliga, til dæmis:

$$a - b = + a - b$$

$$7 - 4 = + 7 - 4$$

Bókstafir eru almennilig teikn, sem þýda megn hvíst tölur, penínga, álnir, vigt, mælir, edr annat, þó merkia sømu bókstafir ætíd hit sama, og eru því einskyns stærdir (qvantitates homogeneæ). Þegar sømu bókstafi á saman at leggia, þá skrifaz þeir ei nema einusinni, en fyri framan þá sú tala, er sýni hversu opt þeir sen samanlagdir vid sjálfa sig, og nefniz

hún

hún þeirra samverkandi (cöefficiens). til dæmis: $mnd + mnd + mnd = 3\,mnd$; $ab + ab + ab + ab + ab = 5ab$. og eru hér 3 samverkandi með *mnd*, allt eins og 5 með *ab*.

Um Samlagníngu.

§. 135.

Gagnstæðar stærðir minka hvør aðra, eptir því sem teiknin ávísa; til dæmis: egi eg at leggja saman $+8a - 3a$, þá verðr summan ecki $+11a$, heldr $+5a$; $+8 - 3 = 5$. ellegar: $+9ab - 12ab = -3ab$; $+9 - 12 = -3$. því játandi stærðin jafnaz hér ecki við þá neitandi, en 3 verða umfram neitandi stærð.

Í Bókstafa-reikníngi er Samlagníngarmerkit $+$, allt eins og áðr er sagt §. 8. um samlagníngu í heilum telum, og summan af ollum samkynia bókstöfum finzt, ef þeirra samverkendr (cöefficientes), eru annathvört samanlagðir, sem skeðr með jöfnum teiknum, og fær þá summan hit sama teikn, ellegar og, ef minni samverkandinn er dreginn frá þeim meiri, þeu teiknin ójöfn, og þá fær summan hit sama teikn, og meiri samverkandinn. til dæmis:

$4ab$	$-4ab$	$-4ab$	$4ab$
$8ab$	$-8ab$	$8ab$	$-8ab$
summa $12ab$	$-12ab$	$4ab$	$-4ab$

Her sie eg at í fyrsta dæminu verdr summan af $4\,ab$ og $8\,ab = 12\,ab$, því samverkendrnir 4 og 8 egu saman at leggiaz, fyrst bádir hafa sama teikn, pat er +, sem sialdan er augliósiega skrifat vid fremstu stafi í bókstafa- edr talna-rsdum (sjá næstundaug. §.), og summan er = + $12\,ab$. Í ödru dæminu verdr hún = — $12\,ab$, því samverkendrnir — 4 og — 8 hafa sömu teikn, egu pessvegna einnig at leggiaz saman, en summan 12 at fá sama teikn edr —. Í pridia dæminu dreg eg — 4 frá + 8, fyrst teiknin eru ójafn, summan verdr = + $4\,ab$, því mismunrinn 4, fær sama teikn og meiri samverkandinn, sem er + 8. Í fiórda dæminu dreg eg af sömu orsök + 4 frá — 8, summan verdr = — $4\,ab$, því mismunrinn 4 fær sama teikn og meiri samverkandinn, edr — 8.

Sama kemr og fram, þó eg setie tölur í stad bókstafa, og reikni med þessu móti; eg vil til reynslu taka 1ta og 4da dæmit, og set at ab se hit sama og 12, verda þá:

$4\,ab = 4 \times 12 = 48$ $\quad$ $4\,ab = 4 \times 12 = 48$
$8\,ab = 8 \times 12 = 96$ $\quad$ $-8\,ab = -8 \times 12 = -96$

$12\,ab = 12 \times 12 = 144$; $\quad$ $-4\,ab = -4 \times 12 = -48$

Ef eg í fyrra dæminu legg her saman 48 og 96, sem er hit sama og $4\,ab$ og $8\,ab$, þá verdr summan = 144; en summan af $4\,ab$ og $8\,ab$ edr $12\,ab$, er hit sama og 12sinnum 12, og gierir allt eins 144; en leggi eg í seinna dæminu 48 og — 96 saman, sem eru hit sama og $4\,ab$ og — $8\,ab$, fæ eg summuna — 48; og summan af $4\,ab$ og — $8\,ab$, edr — $4\,ab$, er hit sama og — 4sinnum 12, edr — 48.

§. 136.

§. 136.

Eins og at summum af hnisligu tagi edr innihaldi, ecki má samansteingia hverri vid adra, svo verda ei helldr ólíkir bókstafir, sem í þessum reikningi, ávalt þýda ólíkar edr og margskyns stærdir (qvantitates heterogeneas), edruvísi samanlagdir, enn at þeir skrifaz hverr hiá ödrum, og serhverr med því teikni, er honum heyrir. til dæmis:

samleggendr $\begin{cases} 3a \\ 4b \end{cases}$ $\quad$ $8mn$
$\quad\quad\quad\quad\quad\quad -3pq$

summa $3a+4b$ $\quad$ $8mn-3pq$

Látum, til dæmis a. þýda rdli, en b tunnur, og þá getr summan af $3a$ og $4b$, hvorki verit 7 tunnur ne 7 rdlir, en summan skrifaz óbreytt 3 rdlir + 7 tunnur, $=3a+4b$. Látum a og b vera samu tegundar, en a þýda 8, þar sem b þýda 12, og þá getr summan af $3a$ og $4b$, hvorki verit 7sinnum 8, ne 7sinnum 12, helldr er hún $=3\times 8+4\times 12=3a+4b$.

Eptir þessu vil eg nú finna summuna af eptirfylgiandi stærdum:

$-2d+3b-4c+a-h-5f$, og
$-6f+3d-7b+3c-4g+3m$.

en til þess at reikningrinn verdi sem audveldaztr skrifa eg þetta svo í rod, ádr enn eg samanlegg, at einskyns bókstafir standi hverr undir ödrum, en hinir einstakir. til dæmis:

$3b - 2d - 4c - 5f - h + a$ samlegg-
$-7b + 3d + 3c - 6f - 4g + 3m.$ endr.

$-4b + d - c - 11f - 4g - h + 3m + a.$ summa

Her set eg b undir b, d undir d, c undir c, f undir f, en hina einstoku bókstafina skrifa eg reglulaust hvar sem vill, þar fyrir aptan edr framan, tek svo til fremst við vinstri hönd at samanleggja rabirnar, og segi: $3b$ og $-7b$ gjöra $-4b$, teiknit verdr $-$, eins og stærra samverkandans, sem er -7; $-2d$ og $+3d$ gjöra d, því þegar eg dreg -2 frá $+3$, verdr 1 eptir, sem þó alldrei skrifaz framan við bókstafi, en eg set d einsamalt, sem er hit sama og þó sett væri: $1d$; $+3c$ frá $-4c$, er eptir $-1c$, en eg skrifa, sem fyrri, $-c$; $-5f$ og $-6f$ gjöra $-11f$; hina stafina skrifa eg eins og þeir eru, fyrst engir fleiri samkynia eru til, nefnil. $-4g - b + 3m + a$, og þá er summan fengin.

enn þá eitt dæmi:

$7mn - 4cq - 9bg + 5lp - r + t$
$-6mn + 4cq + 8bg - 7lp - 2r + d$

$mn - bg - 2lp - 3r + d + t$

Her er adferdin öll hin sama, en þegar eg dreg $-4cq$ frá $+4cq$ verdr eckert eptir, og því stendr þar ei heldr neitt í summunni. dæmi med tölum:

$96 - 32 - 36 + 40 - 7 + 3 = 64$
$-42 + 32 + 16 - 40 + 7 + 5 = -22$

---

summa $54 \quad -20 \quad +8 = 42$

Opt adgreina menn samleggjendr med ( ), og setia $+$, edr samlagningarmerkit ámilli, til dæmis: $(4ab - 3ng) + (3ab + 5ng - r)$

edr

edr og draga langstrik yfir þá, svo sem: $\overline{4ab - 3ng} + \overline{3ab + 5ng - r}$, og þýdir hvert-tveggia, at vid egi saman at leggia. summan þar af verdr allt eins og samleggendrnir væru skrifadir, eptir almennri veniu, hvorr nidr undan ödrum.

$$\begin{array}{rl} = & 4ab - 3ng \\ = & 3ab + 5ng - r \\ \hline = & 7ab + 2ng - r \end{array}$$

Um Frádragningu.

§. 137.

Frádragning í þessum reikningi, er allt eins og Samlagning, nema hvad eg umbreyti her ollum teiknum í rödinni, sem frá minkandi rödinni dregin verdr, í gagnstæd teikn, þat er í stadinn fyrir + set eg —, og í stadinn fyri —, set eg +, en reikna sídan allt eins og í samlagningu. til dæmis:

minkandi a	a	$-a$	$+6$	$+6$	-6
frádragandi b	$-b$	$+b$	$+4$	-4	$+4$
—	+	—	—	+	—
mismunur $a-b$	$a+b$	$-a-b$	$+2$	$+10$	-10

Her umbreyti eg í fyrsta dæminu $+b$ í $-b$, og þá verdr mismunrinn $a-b$, þat er $=a$ at frádregnu b, hvad einúngis verdr med teiknum til kynna gefit, þar sem med bókstöfum er at reikna; í hinum dæmunum umbreyti eg eins, teiknum nedri edr frádragandi-radanna, hvort heldr þar í finnaz bókstafir edr tölur, í gagnstæd teikn, og legg sídan saman eptir því, sem dæmin sýna.

minkandi

minkandi $3^a - b + 4g - n$ (minuendus)
frádragandi $2^a + b - 3g - n$ (subtrahendus)
— — + +

mismunur: $a - 2b + 7g$: : (differentia)

Eptir þat eg hefi umbreytt teiknunum, sie eg í þessu dæmi: at — 2^a og + 3^a giora + 1^a edr a, — b og — b er = — $2b$; + $4g$ og + $3g$ giora + $7g$; — n og + n gengr upp hvort á móti ödru, og því set eg eckert þar fyri nedan.

enn eitt dæmi:

$5^a - 3g + l - 9^r + 7$
$2^a + 4g + l - 7^r + 6 + q - t$
— — — + — — +

$3^a - 7g \quad - 2^r + 1 - q + t$

Her sie eg: at — 2^a dregin frá + 5^a, láta eptir + 3^a; — $3g$ og — $4g$, giora — $7g$; + l gengr upp á móti — l; + 7^r frá — 9^r, giora — 2^r; — 6 frá + 7, er = 1; en stoku stafina skrifa eg þar fyrir aptan med umbreyttum teiknum, þat er: — q + t. er því mismunrinn í þessu dæmi = 3^a — $7g$ — 2^r + 1 — q + t.

Sama framkemr, hvort eg med þessari adferd edr hinni almennu, reikna slík dæmi í Frádragníngu med tölum, svo sem:

+ 78 — 12 + 34 + 8 — 16 = 92
+ 64 + 9 — 24 + 20 + 15 = 84
— — + — —

+ 14 — 21 + 58 — 12 — 31 = 8

Tölurnar, sem her standa til vinstri handar vid jafnadar merkit =, skrifa eg og reikna eptir framanskrifudum reglum bókstafareiknings, og summan af ollum

játandi

játandi stærdum í efstu edr minkandi-røðinni, verðr 120, frá hverjum eg dreg 28, edr summu neitandi stærdanna, og þá er minkandans retta summa = 92, sem eg til reynslu, set við hægri hlið jafnaðar-merkisins; retta summan af frádragandanum, edr nedri røðinni, verðr 84, þegar summan af neitandi stærdum, er dregin frá summunni af øllum játandi stærdum í røðinni, set eg því 84 undir 92, og sie at mismunrinn verðr 8, ef eg eptir almennum vana dreg 84 frá 92; en eptir bókstafa-reiknings reglunum finn eg mismuninn = + 14 — 21 + 58 — 12 — 31. og vilie eg vita hvað þetta se mikit, þá dreg eg summuna af øllum neitandi stærdum í þessum mismun edr 64, frá 72, sem er summa játandi stærdanna, og verðr þá lokstins retti mismunrinn = 8, eins og eg med hinni adferdinni ádr fann.

Minkanda og frádraganda má adgreina hvorn frá ødrum, med því at inniloka annanhvorn heirra edr og báða, í 2 hálfahringa ( ) og setia — edr Frádragningar-merkit á milli, til dæmis:

$5a - b + 3g - f - (4a + b - 2g - f)$ edr $(5a - b + 3g - f) - (4a + b - 2g - f)$, og þýðir þat í bádum stødunum, at frá

$5a - b + 3g - f$, egi at draga:

$4a + b - 2g - f$,

— — + + verðr þá mismunrinn:

$a - 2b + 5g$, allt eins og minkandi og frádragandi stædu hvorr undir ødrum.

Um

Um Margfoldun.

§. 138.

Við margföldun í bókstafareikningi er þetta einkum athugandi:

1) At margfeldunar-teikniṫ, × eðr . (sjá §. 17), er hér sjaldan auglióslega sett á milli giørendanna eins og í talna reikningi, heldr skrifaz bókstafirnir, sem margfaldaz egu saman, hverr við annan, svo sem *abc*, í staðinn fyrir *a* × *b* × *c*, eðr *a*. *b*. *c*, og þýðir þetta allt eins, eðr at *a* se margfaldat með *b*, þat er: *a* × *b* = *ab*, og þetta pródúkt eðr *ab*, enn aptr margfaldat með *c*, þat er: *ab* × *c* = *abc*. Opt innilokaz giørendrnir, annar eðr báðir í hálfhringa ( ), og þarf þó ei at setia neitt teikn á milli þeirra, til dæmis (*a* + *b*) (*a* + *b*) þat er at *a* + *b* egi at margfalda með *a* + *b*; *m* (*n* + *p*) þat er: at *n* + *p* egi at margfalda með *m*.

Egi samkynia, þat er, sømu bókstafir at margfaldaz saman, svosem *a* × *a*, þá skrifaz ei eptir þessum reglum *aa* í pródúktit, heldr einsamalt *a*, með lítilli tølu gptan við, er sýni, hversu opt at *a* se margfaldat með sjálfu sér, svo sem: í staðinn *aa* skrifa eg a^2, sem þýðir qvadrattøluna af *a*, eðr pródúkt af 2ur jafnstórum giørendum; eins í staðinn *aaa*, eðr *a* × *a* × *a*, set eg a^3, sem þýðir kúbik-tøluna af *a*, eðr pródúkt af 3ur jafnstórum

stórum giorendum; í stadinn *aaaa* skrifa eg a^4, og a^5 í stadinn *aaaaa*, edr $a \times a \times a \times a \times a$. og sv. fr.

Í tölu stad stendr opt lítill bókstafr aptan vid stafina, er sýnir, eins og þessi smá-tala, hversu opt adalbókstafrinn se margfalldadr med sjálfum sér, og heitir þat hanns Velldi (potentia, dignitas). til dæmis: a^2 er a í ödru velldi, edr qvadratit af a, a^3 er a í 3ia velldi, edr kúbík-talan af a, a^4 er a í 4da velldi, a^7 er a í 7da velldi, og sv. fr. Bókstafrinn edr talan, sem aptan vid og uppyfir stendr, sýnir í hverju velldi at adal-bókstafrinn edr talan se, og heitir því Vísir (exponens); til dæmis: af am^3, er vísirinn 3. og sýnir at am se í 3ia velldi, en þýdir kúbík-töluna af am, x^n þýdir at x se í n velldi; nú getr n merkt hvörsar tölur, og eptir því hlýt eg at reikna velldit af x; látum til dæmis n vera 5, og þá er $x^n = x^5 = x$ í 5ta velldi: Af ádr sögdu er því einnin audsýnilt, at ef einskyns bókstafi edr stærdir, sem þó kynnu at vera í ólíku velldi, ætti at margfallda saman, er adferdin fljótuzt og bezt, at leggia saman einúngis vísirana, sem kemr nidr í sama stad. til dæmis:

$$n^4 = nnnn$$
$$n^3 = nnn$$
$$n^7 = n^{4+3} = nnnnnnn$$

Her legg eg saman vísirana 4 og 3, og verdr því pródúktit af n^4 og $n^3 = n^7$, $= n$ í 4da velldi, og cun-þá í 3ia velldi, þat er = pródúktinu af 7sinnum n.

Allt eins er $(x + m)^3 (x + m)^2 = (x + m)^{3+2} = (x + m)^5$.

2) Par sem samverkendr fylgia bókstøfunum, verda þeir margfaldadir allt eins og hver önnur tala. til dæm.

$7pn$	$3cg$	$2df$
$6mr$	$4x$	$5qt$
$42pnmr$	$12cgx$	$10dfqt$.

Í þessum dæmum eru samverkendrnir fyrst margfaldadir saman, og verdr þeirra pródúkt aptr samverkandi til bókstafa-pródúktsins, sem eg finn med því at skrifa bókstafina hvørn hiá ødrum eptir 1tu reglu.

3) Þegar margfalda á bókstafi edr tølur, sem audkendar eru hmisst med + eda —; þá er adgætt, at pródúktit fái + edr játandi merki, ef bádir gisrendrnir hafa eitt og hit sama teikn, en — edr neitandi merki, seu teiknin ólík. t. d.

mr	$-mr$	mr	$-mr$
x	$-x$	$-x$	x
mrx	mrx	$-mrx$	$-mrx$

At pródúktit í fyrsta dæminu fái játandi teikn, er audvitat, fyrst vid báda gisrendana er +, en til þess at sýna, hvørnin at + framkomi í prodúktit af ødru dæminu, og — vid pródúkt þridia dæmisins, vil eg brúka dæmi med tølum, nefnilega:

$$+24 - 24 = 0$$
$$+2$$
$$+48 - 48 = 0.$$

Her

Her sie eg fyrifram, at ✝ 24 — 24 er = 0, og þeßvegna hlýtr pródúktit einnin at verda 0; ✝ 24 margfaldadir med ✝ 2, gióra óneitanlega ✝ 48, en þar eg veit at pródúktit á at verda = 0, svo hlýtr pródúktit af — 24 og ✝ 2 at verda — 48, og sýnir þat, at pródúktit fái — edr neitandi merki, þegar giørendrnir hafa ólík teikn.

At pródúktit fái ✝ þegar bádir giørendrnir hafa —, siezt nú af eptirfylgiandi dæmi:

✝ 24 — 24 = 0
— 2
— 48 ✝ 48 = 0

Dæmit sýnir, at ✝ 24 — 24 sie = 0, því má pródúktit einnin verda 0; ádr hefi eg sýnt, at ólík teikn gefi pródúktinu —, og þeßvegna eru ✝ 24 margfaldadir med — 2 = — 48; nú á pródúktit at verda = 0, og því hlióta — 24 og — 2 at gefa ✝ 48 í pródúkt, ef rett á at vera reiknat.

Margfoldunar-dæmi:

$dhnrp$	$ntuvxz$	a^2b
dm	nxz	a^2b^2
d^2hnrpm	$n^2tuvx^2z^2$	a^4b^3

Adferdin er einúngis, at skrifa bókstafina úr bádum giørendunum hvorn vid hlidina á ødrum, og ef at sømu bókstafir fyrikoma í bádum giørendum, þá skrifaz sami bókstafr þó ei nema einusinni í pródúktit, med vísir, er sýni hvorsu opt hann se margfaldadr med sjálfum ser; til dæmis: í fyrsta dæminu, skrifa eg í pródúktit d^2, af því at $d \times d$ er $= d^2$, eins í

ødru dæminu n^2, x^2, z^2, af því at serhvørr þeßara bókstafa margfaldadr med sjálfum ser, gefr þvílíkt pródúkt. Í þridia dæminu skrifa eg a^4, vegna þeß at vísirarnir af a í bádum giørendum, giora tilsamanslagdir 4, og b^3 af því at einusinni b, lagt til vísirsins af b^2 er $= b^3$.

Seu giørendrnir samansettir, edr hafi fleiri lidu enn einn, adgreinda med + eda —, þá er byriat at margfalda serhvørn lid í margfaldanda (multiplicando) frá vinstri til hægri handar, med fremsta lid í margfaldara (multiplicatore) næzt vinstri hendi, og sidan er eins framfarit med hina liduna, en margfoldunin í bókstafareikningi, gengr hér frá vinstri til hægri, þar sem hún í talnareikningi, gengr frá hægri til vinstri handar. til dæmis:

$a + b$	$a - b$
$a + b$	$a - b$
$a^2 + ab$	$a^2 - ab$
$ab + b^2$	$-ab + b^2$
$a^2 + 2ab + b^2$ Pródúkt.	$a^2 - 2ab + b^2$ Pród.

Her tek eg í fyrsta dæminu, stafinn a í margfalldaranum, og segi: a margfaldat med a er $= a^2$, og af því at bædi þeßi a hafa teiknit +, sem í sudverdu alldrei skrifaz, þá fær a^2 í pródúktinu einnin +; $a \times b = ab$, teiknin eru + bædi vid a og b, og því fær ab líka +, hefi eg þá margfaldat efri rodina med stafnum a; med b fer eg eins at, og segi: $a \times b$ er $= ab$, sem eg skrifa undir b, teiknit verdr + eins

og

og a og b hafdu, lokſins ſegi eg: $b \times b = b^2$, og teiknit er $+$; nú legg eg pródúktin ſaman, og verdr ſumman edr hit retta pródúkt $= a^2 + 2ab + b^2$; ſem er adferdin í ſeinna dæminu, og mismunar einúngis því, at ab fær par teiknit $-$ í ſtadinn fyri $+$, vegna þeß at $+ a$ og $- b$, ſem margfaldaz ſaman, hafa ólík teikn, er ætíd gefa $-$ í pródúkt.

$$\begin{array}{r} a + b \\ a - b \\ \hline a^2 + ab \\ \quad - ab - b^2 \\ \hline a^2 - b^2 \end{array} \qquad \begin{array}{r} a + m \\ n - r \\ \hline an + nm \\ \quad - ar - mr \\ \hline an + my - ar - mr \end{array}$$

Adferdin er hin ſama í þeßum dæmum, en pródúktit af $a + b$ og $a - b$, verdr einúngis $a^2 - b^2$, vegna þeß at $+ ab$ og $- ab$ eru gagn-ſtædar ſtærdir, og verda því at alls eingu.

$$\begin{array}{r} b^2 + 2bm + 2m^2 \\ b^2 - 2bm + 2m^2 \\ \hline b^4 + 2b^3m + 2b^2m^2 \\ \quad - 2b^3m - 4b^2m^2 - 4bm^3 \\ \quad\quad 2b^2m^2 + 4bm^3 + m^4 \\ \hline b^4 + 4m^4 \end{array}$$

Her gánga $+ 2b^3m$ upp á móti $- 2b^3m$, $+ 2b^2m^2$ í fyrſtu og $+ 2b^2m^2$ í nedſtu línunni á móti $- 4b^2m^2$, og $+ 4bm^3$ á móti $- 4bm^3$, verdr ſvo ei eptir nema $b^4 + 4m^4$, ſem er pródúktit.

§. 139.

Um Deilingu.

Ef eingir ſomu bókſtafir finnaz í deilanda og í deilir, þá verdr ei ódruvíſi ſkipt, enn med

einsomlum teiknum, til dæmis:

$$\frac{rpu}{m} \qquad \frac{7an - 3c}{r - d}$$

og merkir þetta, at rpu egi at skipta með m, sem ei getr gengit upp í neinum deilandans støfum, og at $7an - 3c$ egi at skipta með $r - d$, fyrst deilingu ecki varð øðruvísi vidkomit, og stafir deilirs gengu hvørgi upp.

En ef einhvørier sømu stafir eru í deilanda og í deilir, verðr qvótinn hæglega fundinn, því ecki þarf annat enn skrifa í qvóta þá bókstafi deilandans, sem umfram eru, eðr og ecki samkynia þeim, sem eru í deilir, og skal sømu reglur um + og — adgæta við serhvørn qvótastaf, og taldar vórn í margføldun, nefnilega: at sømu teikn gefa + en ólík teikn —. Allt þetta sýna liósara eptirfylgiandi dæmi:

$$\frac{an}{a} = n \quad \frac{ba}{b} = a \quad \frac{ab}{a} = b \quad \frac{rx}{x} = r$$

Af $\frac{an}{a}$ verðr qvótinn n, því a í deilir gengr upp á móti a í deilanda, og verðr n umfram, þat er: ef eg margfalda n með a, fæ eg í pródúkt an, en deili eg þessu pródúkti an aptr með øðrum giørendanna, eðr a, þá fæ eg, eins og fyrri, einfaldalt n í qvóta; og af sømu røkum verðr qvótinn af

$$\frac{ab}{b} = a; \text{ af } \frac{ab}{a} = b, \text{ og af } \frac{rx}{x} = r.$$

Eg

Eg vil taka til reynslu nockur margfoldunar-dæmi; til dæmis:

deilir deilandi
$a + b)\ a^2 + 2ab + b^2\ (a + b$ qvóti.
$a^2 + ab$
$ab + b^2$
$ab + b^2$

Her tek eg fyrsta lid deilirs, sem er a, og segi: a í a^2 hefi eg $a$sinnum, sem eg skrifa í qvóta, teiknit verdr $+$, af því at a í deilir, og eins a^2 í deilanda hafa $+$; med qvótastafnum a, margfalda eg eptir almennum hætti deilirinn $a + b$, og segi: $a \times a$ er $= a^2$, sem eg skrifa undir fremsta lid deilandans, og $a \times b$ er $= ab$, sem eg þar næzt skrifa, og dreg sídan frá, þegar eg eptir Frádragníngar reglunum fyrst hefi umbreytt öllum teiknum í frádraganda (subtrahendo) í gagnstæd teikn; $-a^2$ gengr upp á móti $+a^2$, $-ab$ frá $+2ab$ er eptir $+ab$, sem eg skrifa fyri nedan strikit, og flyt líka þángat nidr b^2, sem eptir var af deilanda; nú deili eg á ný, og segi: a í ab hefi eg $b$sinnum, skrifa eg b í qvóta, med $+$ fyri framan, fyrst teiknin í deilanda og deilir vóru þar hin sömu, og margfalda sídan deilirinn med nýja qvótastafnum b, og segi: $b \times a = ab$, og $b \times b$ er $= b^2$; sídan umbreyti eg teiknunum eins og fyrri, og dreg frá; $+ab$ gengr upp á móti $-ab$, og $+b^2$ á móti $-b^2$, verdr því eckert eptir, og qvótinn af $\frac{a^2 + 2ab + b^2}{a + b}$, $= a + b$, eins og vera átti eptir margföldunar-dæminu.

$a + b) a^2 - b^2 (a - b$ qvóti
$a^2 + ab$
— —
$-ab - b^2$
$-ab - b^2$
+ +

Her verdr $a^2 - b^2$ deilt med $a + b$, og er eins adfarit, nefniliga: a í a^2 hefi eg $a$sinnum, skrifa eg a í qvóta, $a \times a$ er $= a^2$, og $a \times b$ er $= ab$; at umbreittum teiknum í frádraganda, sie eg at $+ a^2$ gengr upp á móti $- a^2$, verdr eptir $-ab - b^2$, sem eg nú deili med $a + b$, og segi: a í $-ab$ hefi ea $-b$sinnum, þar teiknin vórn her ólík, skrifa eg b í qvóta; $a \times -b = -ab$ og $b \times -b = -b^2$; at umbreittum teiknum í frádraganda, gengr $-ab$ upp á móti $+ ab$ og $-b^2$ á móti $+ b^2$, og qvótinn af $\frac{a^2 - b^2}{a + b}$ er $= a - b$.

Lokſins vil eg nú skipta: $b^4 + 4m^4$ med deilirnum $b^2 + 2bm + 2m^2$, og til þeß betri adgreiníngar skrifa deilirinn í hvort sinn, innlokadann í hálfhríngа, undir deikanda, sem líka er brúkanlegi, til dæmis:

deilandi $b^4 + 4m^4$ $(b^2 - 2bm + 2m^2$
deilir $(b^2 + 2bm + 2m^2)$
$b^4 + 2b^3m + 2b^2m^2$
— — —
$-2b^3m - 2b^2m^2 + 4m^4$
$(b^2 + 2bm + 2m^2)$
$-2b^3m - 2b^2m^2 - 4bm^3$
+ + +

$$+ 2b^2m^2 + 4bm^3 + 4m^4$$
$$(b^2 + 2bm + 2m^2)$$
$$2b^2m^2 + 4bm^3 + 4m^4$$
$$- \quad - \quad -$$

Í þessu dæmi skrifa eg nú deilirinn $b^2 + 2bm + 2m^2$ undir deilandann $b^4 + 4m^4$, og segi b^2, sem er fyrsti liður deilirs, í b^4 hefi eg b^2sinnum, skrifa eg b^2 í gvóta og margfalda þarmeð deilirinn; $b^2 \times b^2$ er $= b^4$, $2bm \times b^2$ er $= 2b^3m$, og $2m^2 \times b^2$ er $= 2b^2m^2$, og þetta pródúkt dreg eg frá deilanda; at umbreittum teiknum í frádraganda, sie eg at b^4 gengr upp á móti $- b^4$, verdr þá eptir $- 2b^3m - 2b^2m^2 + 4m^4$, þar undir skrifa eg á ný deilirinn, skipti og segi: b^2 í $- 2b^3m$ hefi eg $- 2bm$sinnum, skrifa eg $- 2bm$ í gvóta, og margfalda deilirinn med $- 2bm$, verdr þá $b^2 \times - 2bm = - 2b^3m$, en $2bm \times - 2bm = - 4b^2m^2$, og $2m^2 \times - 2bm = - 4bm^3$; at umbreittum teiknum í frádraganda, sie eg at $- 2b^3m$ gengr upp á móti $+ 2b^3m$, og $- 2b^2m^2$ frá $4b^2m^2$ er eptir $2b^2m^2$; gánga þá af $2b^2m^2 + 4bm^3 + 4m^4$, undir hvorja eg enn þá set deilirinn, skipti á ný og segi: b^2 í $2b^2m^2$ hefi eg $2m^2$ sinnum, sem eg skrifa í gvóta, og margfalda eg síðan med þessum $2m^2$; $b^2 \times 2m^2$ er $= 2b^2m^2$, en $2bm \times 2m^2 = 4bm^3$, og $2m^2 \times 2m^2$ er $= 4m^4$; med umbreittum teiknum í frádraganda, sie eg at $2b^2m^2$ gengr upp á móti $- 2b^2m^2$, $4bm^3$ á móti $- 4bm^3$, og $4m^4$ á móti $- 4m^4$, svo at gvótinn er $= b^2 - 2bm + 2m^2$.

Seu deilandi og deilir samkynia stafir, en hafi þó máske ólíkt veldi, þarf ei annat til

at finna qvótann, enn draga vísirinn af deil-irnum, frá vísir deilandans, til dæmis:

$\frac{x^m}{x^n} = x^{m-n} \left| \frac{x^7}{x^3} = x^{7-3} = x^4 \right.$, qvóti.

Qvótin af $\frac{x^m}{x^n}$ verdr $= x^m$ þegar frá vísirnum m fyrst er tekinn vísirinn n, þat er $= x^{m-n}$, og verdr þetta einúngis med teiknunu — til kynna gefit. Qvótinn af $\frac{x^7}{x^3}$ verdr $= x^{7-3}$, þat er $= x^4$, því her verdr frádragníngú hæglega vidkomit.

§. 140.

Par sem brot fyrikoma í bókstafareikníngi, er allt eins reiknat og ádr er sýnt í reikníngi brota-talna, einúngis þarf vel at adgæta reglurnar um teiknin, sem taldar vóru vid serhverja reikníngs-grein med bókstøfum.

Samlagníngar-dæmi:

$\frac{unm}{xr} + \frac{cdh}{xr} = \frac{unm + cdh}{xr}$ Summa.

vegna þeß at nefnararnir vóru her þeir sømu, þurfti ei annat enn leggia teliarana saman, og skrifa nefuarann þarundir, en þegar brotin hafa ei samanefnara, skal fyrst útvega þeim samnefnara eptir reglum brota-talna, og sídan má þau hæglega samanleggia edr draga hvørt frá ødru, til dæmis:

$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad}{bd} + \frac{bc}{bd} = \frac{ad+bc}{bd}$.

Frá-

Frádragningar-dæmi:

$$\frac{rpu}{mn} - \frac{cng}{mn} = \frac{rpu - cng}{mn} \text{ mism.}$$

$$\frac{c}{d} - \frac{m}{n} = \frac{cn}{dn} - \frac{dm}{dn} = \frac{cn - dm}{dn}$$

Margfölldunar-dæmi:

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}; \quad \frac{mn}{cu} \times \frac{rx}{dh} = \frac{mnrx}{cudh}$$

Deilingar-dæmi:

$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$; Her er deilirnum einúngis umbillt, og því næzt margfalldat, eptir deilingar-reglum brotatalna.

$$\frac{amv}{cn} : \frac{cdt}{cn} = \frac{amv}{cdt}; \quad \frac{3}{4} : \frac{1}{4} = \frac{3}{1} = 3$$

Þegar brotin eru samnefnd, þarf eg ei annat til at finna qvótann, enn skipta deilandans teliara, med teliara í deilir, allt eins og í brotatolum er gjort.

28. Kapituli.
Um einfalldar Líkingar.

§. 141.

Líking (æqvationem) nefna menn þat, ef ein og hin sama stærd, er tvisvarsinnum áqvedin med sama móti, edr med jafngilldum teiknum, og jafnadarmerkinu á milli.

til dæmis: $4 + 12 = 23 - 7$

Her gilda tolurnar í þessari líkingu, á bádar hlidar jafnadarmerkinu, hvor fyri sig 16, sem þar eru tvisvar settir med jafngilldum teiknum. $x = 16$ er og einnin líking, því ódrumegin eru 16, en hinnumegin x, sem gilldir eins mikit.

Þat sem ser á hvoria hlid jafnadar-merkisins, heitir Líkingar-partr (membrum æqvationis), og stærdirnar í serhvorium parti, sem adgreindar eru med + eda —, nefnaz lidir líkingarinnar (termini æqvationis.) Svo er til dæmis í $4 + 12 = 23 - 7$, hinn fyrri partr $4 + 12$ og hinn sídari $23 - 7$, en 4 og 12, allt eins og 23 og 7, eru hvorier fyri sig lidir.

Áqvordud líking (æqvatio determinata) heitir, þegar einúngis ein ókend stærd fyrikemr í líkingunni, til dæmis. $6y = 48$, eda $3y + 16 = 5y$, hvar y er einúngis ókend stærd; en sú þar

þar fleiri ókendar, nefniz þat óáqvørdud líking (æqvatio indeterminata), til dæmis: $3x - 9 = 4Z + 3$ og er hér bædi x og Z ókend stærd.

Áqvardadar líkingar adgreinaz:

1) í einfaldar líkingar (æqvationes simplices), þegar hin ókenda stærd, sem í henni fyrirkemr, er í fyrsta velldi, edr alldrei margføldud med sjálfri sér; til dæmis: $4y - 13 = y + 5$.

2) í qvadratiskar líkingar (æqvationes secundigradas), þegar hin ókenda stærd er í øðru velldi edr margføldud einusinni med sjálfri sér. til dæmis: $x^2 = 40 - 4$.

3) í hærri líkingar (æqvationes alteriorum graduum), þegar hin ókenda stærd er í 3ia, 4da, 5ta og 6ta velldi og sv. fr. til dæmis: $Z^4 + 6Z^2 = m + n$.

Allar þessar líkingar nefnaz fullkomnar (æqvationes puræ), ef enar ókendu stærdir, sem í hverri líkingu framkoma, eru í sama velldi; til dæmis: $5Z - 7 = 4Z - 1$; edr $x^2 + 16 = 3x^2 - 56$; en hafi hinar ókendu stærdir ólíkt velldi, heita líkingarnar ófullkomnar (æqvationes impuræ), til dæmis: $3y^3 + 5y^2 = y + rm - c$.

§. 142

Líkínga-úrlausn (resolutio) er þar undir komin, at hinar ókendu stærdir, sem í henni finnaz, verdi loksins einsamlar sdrumegin vid jafnadarmerkit, en einar kendu hinumegin. til dæmis; $x = 12$.

Vid þessa úrlausn, koma þær fiórar høfudgreinir í bókstafareikníngi einkum til hiálpar, þó skal vandlega adgæta, vid umbreitíngu líkínganna, at jøfnudr þeirra bádumegin vid jafnadar-merkit, raskiz ecki, og er þat hin markverdazta høfutregla, vid Líkínga-Urlausn, hvar skilia á ókendar stærdir frá enum kendu, at ætíd skal brúka gagnstæda reikníngs adferd, svo at þar sem kendar og ókendar stærdir eru sámanlagdar, frádregnar, margfaldadar og deildar hvør med annari, ellegar at vid þær standi rótarteiknit og þær seu í ødru edr hærra velldi, skal vid þeirra fráskilnad brúka gagnstædá reikníngs-adferd. til dæmis:

$x + 7 = 15$ — $x + a = bm$

$7 = 7$ frádr. — $a = a$ frádr.

$x = 8$ — $x = bm - a$

Her er 7 í fyrra dæminn samanlagt vid x, sem er ókendt, eg brúka því gagnstæda adferd til þess at skilia x frá 7, og dreg 7 frá bádum líkíngarpørtunum, svo

at

at jøfnudrinn ecki raskiz; í fyrra partinum gánga + 7 upp á móti — 7, og þegar eg frá 15 í seinna partinum dreg 7, verda eptir 8, hefi eg þá fengit x einsamalt ødrumegin, en hinumegin 8, sem sýna, at x se = 8; sem er adferdin í seinna dæminu, því hit ókenda x verdr þar einsamallt ødrumegin, og = bm at frádregnu a, og þýda þessir bókstafir einúngis kendar stærdir. (§. 132.)

$Z - 7 = 1$	$Z - a = n$
samanl. $7 = 7$	$a = a$ samanl.
$Z = 8$	$Z = a + n$

Her brúka eg aptr gagnstæda adferd, sem af dæminu er audskilin.

Af þessum dæmum er þat augljóst, at líkínga-jøfnudr eckert raskiz, þó eg strax flytie kendar og ókendar stærdir yfrum jafnadar merkit, svo at ókendar verdi ødrumegin þess, en kendar hinumegin, einúngis ef eg gæti ad, at umbreyta teiknum þeirra, er eg yfrum flyt í gagnstæd teikn, og er þessi adferd miklu fljótari.

Eg vil taka sømu dæmi:

$x + 7 = 15$	$Z - 7 = 1$	$x + a = bm$
$x = 15 - 7$	$Z = 1 + 7$	$x = bm - a$
$x = 8$	$Z = 8$	

Í næztfylgiandi dæmum, eru kendar og ókendar stærdir margfaldadar saman, og brúka eg þar allt eins gagnstæda adferd, nefnilega,

at

at skipta báðumegin með þeim kendu stærðum, sem margfaldaðar eru með ókendum; til dæmis:

$$3x + 9 = 40 - 7$$
$$3x = 40 - 7 - 9$$
$$3x = 24$$
$$\frac{3x}{3} = \frac{24}{3}$$
$$x = 8$$

$$27 + 4Z = 9Z - 3$$
$$27 + 3 = 9Z - 4Z$$
$$30 = 5Z$$
$$\frac{30}{5} = \frac{5Z}{5}$$
$$6 = Z$$

Jafnvel þó aðferðin sé hér auðsíen í báðum dæmunum, vil eg samt til frekari skíringar segia frá aðferðinni í seinna dæminu, sem er nockut vandara, og flyt eg þar fyrst -3 yfrum til 27, teikninu breyti eg, og set $+3$: $+4Z$ flyt eg eins yfrum til hægri handar, og skrifa þar $-4Z$; $27 + 3$ eru $= 30$, og $9Z - 4Z = 5Z$, hefi eg þá fengit líkinguna $30 = 5Z$, er til þess at skilia Z, sem er ókend stærð, frá samverkandanum 5, þá skipti eg bæði 30 með 5, og eins $5Z$ með 5, og þaðan kemr $\frac{30}{5} = \frac{5Z}{5}$; 5 í 30 hefi eg 6sinnum, og $\frac{5Z}{5} = Z$, því 5 í deilir gánga hér upp á móti 5 í deilanda, hefi eg svo loksins fundit: at Z er $= 6$.

Se kendum og ókendum stærðum skipt hverri með annari, þá skal margfallda alla liðu í líkingunni með deilirnum, og þó fleiri seu enn einn, til dæmis:

$$\frac{x}{4} = 20 - 8$$
$$\frac{4x}{4} = 80 - 32$$
$$x = 48$$

$$\frac{5y}{3} = 10$$
$$\frac{5y \times 3}{3} = 10 \times 3$$
$$5y = 30$$
$$y = \frac{30}{5} = 6$$

Með

Með deilirnum 4 margfalda eg í fyrra dæminu $\frac{x}{4}$ og fæ $\frac{4x}{4}$, eins 20 með 4, og fæ 80, og -8 með 4, sem giora -32; í $\frac{4x}{4}$ gánga 4 í deilir upp á móti 4 í deilanda, verdr svo $x = 80 - 32 = 48$. Í seinna dæminu margfallda eg $\frac{5y}{3}$ með 3, og fæ $\frac{15y}{3}$, edr $\frac{5y \times 3}{3}$, og 10 með $3 = 30$; nú gánga 3 í deilir upp á móti 3 í deilanda, og $5y$ verda $= 30$, edr y verdr $= \frac{30}{5} = 6$.

Nockut vandara dæmi:

$$\frac{6Z}{5} + 13 = \frac{3Z}{2} + Z$$

$$\frac{6Z}{5} - \frac{3Z}{2} - Z = -13$$

$$\frac{6Z \times 8}{8} - \frac{15Z}{2} - 5Z = -65$$

$$6Z - \frac{15Z}{2} - 5Z = -65$$

$$12Z - \frac{15Z \times 2}{2} - 10Z = -130$$

$$12Z - 15Z - 10Z = -130$$

$$12Z - 25Z = -130$$

$$-13Z = -130$$

$$-Z = -\frac{130}{13} = -10$$

$$10 = Z$$

Af líkingunni $\frac{6Z}{5} + 13 = \frac{3Z}{2} + Z$ á eg at finna hversu mikit at Z gilldi, sem her er ókend stærð, og flyt eg því fyrst með gagnstædum teiknum $+\frac{3Z}{2}$ og

$+ Z$ yfrum til vinstri handar, en $+ 13$ til vinstri; því næst margfalda eg alla lidina med enum fyrsta deilir 5, og fæ þarvid líkinguna $\frac{6Z \times 5}{5} - \frac{15Z}{2} - 5Z = -65$, en þared deilirinn 5 gengr upp á móti 5 í deilanda, verdr hún: $6Z - \frac{15Z}{2} - 5Z = -65$; nú margfalda eg alla lidu í þessari líkingu med deilirnum 2, og fæ þá: $12Z - \frac{15Z \times 2}{2} - 10Z = -130$. Deilirinn 2 gengr upp á móti 2 í deilanda, og því verdr nú líkingin $12Z - 15Z - 10Z = -130$, þat er: $12Z - 25Z = -130$; ef eg nú frá $+ 12Z$ dreg $-25Z$, verda eptir $-13Z = -130$, og sjálf $-Z$ verdr $= -\frac{130}{13} = -10$, en til þess at fá $+$ í stadinn fyri $-$, flyt eg Z yfrum til hægri, en 10 til vinstri handar med gagnstædum teiknum, svo at 10 verdi $= Z$.

§. 143.

Þegar brot koma fyri í líkingum, skal margfalda alla lidina med nefnurum brotanna; til dæmis:

$$\frac{2}{3}y + 15 = 2y + 3$$
$$\frac{2y \times 3}{3} + 45 = 6y + 9$$
$$2y - 6y = 9 - 45$$
$$-4y = -36$$
$$36 = 4y$$
$$\frac{36}{4} = y = 9$$

Adferdin er her audskilin, því eg margfalda alla lida líkingarinnar med nefnaranum 3, og reikna því næst eptir framanskrifudum reglum.

$$\frac{3}{4}x + 45 = \frac{2}{3}x + 50 - 4\frac{1}{2}$$
$$\frac{3}{4}x - \frac{2}{3}x = 50 - 45 - 4\frac{1}{2}$$
$$\frac{9}{12}x - \frac{8}{12}x = \frac{1}{2}$$
$$\frac{1}{12}x = \frac{1}{2}$$
$$\frac{x \times 12}{12} = \frac{12}{2} = 6$$
$$x = 6.$$

Her flyt eg fyrſt $\frac{2}{3}x$ yfrum til vinſtri, en 45 til hægri handar med gagnſtædum teiknum, þar næzt útvega eg brotunum $\frac{3}{4}x$ og $\frac{2}{3}x$ ſamnefnir eptir reglum brotatalna, og dreg ſídan $\frac{8}{12}x$ frá $\frac{9}{12}x$, verdr ſvo eptir $\frac{1}{12}x = \frac{1}{2}$; til þeß at fá einſamalt x, margfalda eg nú báda líkingarpartana med nefnaranum 12, og ſie at $\frac{x \times 12}{12} = \frac{12}{2}$ en þar ed 12 í deili gánga her upp á móti 12 í deilanda, og eg hinumegin get haft deilirinn 2 í deilandanum 12, 6ſinnum, þá verdr lokſins $x = 6$.

$$3\frac{1}{2}y + 17\frac{1}{2} = 5\frac{1}{2}y + 3\frac{1}{2}$$
$$17\frac{1}{2} - 3\frac{1}{2} = 5\frac{1}{2}y - 3\frac{1}{2}y$$
$$14 = 2y$$
$$\frac{14}{2} = \frac{2y}{2}$$
$$7 = y.$$

Adferdina hygg eg her ſvo liósa, at ei þurfi frekari ſkíringar vid.

§. 144.

Þegar rótar-teiknit $\surd$ ſtendr yfir einhverium lid í líkingunni, þá má þat burttaka, ſvo at líkinga-jafnudr raſkiz þó ei, ef allir lidirnir, ſem rótar-teiknit ecki nær yfir, verda upphafd-

ir í þat velldi, sem rótarteiknit til kynna gefr; til dæmis: $\sqrt{x} = 8$; her stendr einginn vísir í rótarteiknínu, þýdir þat því qvadrat-rótina af x, og verd eg, til þess at geta skilit x frá $\sqrt{}$, at brúka gangstæda adferd vid hinn lidinn 8, og qvadrera hann, þat er: margfallda 8 med 8, verdr svo $x = 64$; en ef svo stædi:

$$\sqrt[3]{x} = 8, \text{ þá verdr}$$
$$x = 8^3 = 8 \times 8 \times 8$$
$$x = 512$$

Því eg sie af rótar vísirnum ^{3}, at her á at útdraga kúbíkrótina af x, en til at fá x einsamalt og vita hvat mikit þat gilldi, brúka eg gagnstæda adferd, og gisri hinn lidinn 8 ad 8^3, þat er: eg upphef 8 í 3ia velldi, edr fæ mer kúbíktøluna af 8, sem verdr 512, og x því einnin $= 512$.

Nockur dæmi:

$$\frac{\sqrt[5]{3Z}}{5} + 3 = 6$$
$$\frac{\sqrt[5]{3Z}}{5} = 6 - 3$$
$$\frac{\sqrt[5]{3Z} \times 5}{5} = 30 - 15$$
$$\sqrt[5]{3Z} = 15$$
$$3Z = 15^2 = 15 \times 15$$
$$3Z = 225$$
$$Z = \frac{225}{3} = 75$$

Her flyt eg fyrst + 3 yfrum til 6, og fá þeir þá —, því næst margfalda eg alla lidina med deilirnum 5, og fæ þar af lokssins $\sqrt{3Z} = 15$, eptir framan skrifudum reglum, en til þess at skilia $3Z$ vid $\sqrt{}$, þá upphef

hef eg 15 í annat velli, edr margfalda 15 med 15, verda þá $3Z = 225$, og Z sialf $= 75$, því þegar eg deili 225 med samverkandanum 3, koma 75 í qvóta.

$$\frac{5\sqrt{y}}{3} = 5$$
$$5\sqrt{y} = 15$$
$$5^2\sqrt{y} = 15^2$$
$$25y = 225$$
$$y = \frac{225}{25} = 9$$
$$y = 9$$

$$\frac{3\sqrt{x-1}}{5} = \frac{21}{5}$$
$$3\sqrt{x-1} = \frac{21 \times 5}{5}$$
$$3 \times 5\sqrt{x-1} = \frac{5 \times 21 \times 5}{5}$$
$$3\sqrt{x-1} = 21$$
$$9(x-1) = 21 \times 21 = 441$$
$$9x - 9 = 441$$
$$9x = 441 + 9 = 450$$
$$x = \frac{450}{9} = 50$$

Þegar eg í fyrra dæminu margfalda líkingar-lidina med deilirnum 3, fæ eg $5\sqrt{y} = 15$, því til þess at brúka styztu adferd, skrifa eg strax $5\sqrt{y}$ í stadinn fyri $\frac{5\sqrt{y} \times 3}{3}$ sem kemr nidr í stad; nú vil eg fá $\sqrt{}$ burtu, og qvadrera því, edr margfallda med sialfum sér alla þá lidu, sem rótarteiknit nær ei yfir, og segi: 5^2 edr 5sinnum 5 eru 25, og 15^2 edr 15sinnum 15 eru $= 225$, líkingin verdr því $5^2\sqrt{y} = 15^2$, edr $25y = 225$, og þegar búit er at deila med 25 báðumegin, sie eg at y er $= 9$.

Lík er adferdin í seinna dæminu, og margfalda eg fyrst, eptir reglunum, alla líkinguna med einum fyrsta deilir 5, fæ eg þá af $\frac{3\sqrt{x-1}}{5}$ med sömu styttstu adferd $3\sqrt{x-1} = \frac{21 \times 5}{5}$; sídan margfalda

eg báðumegin með seinna deilirnum 5, og fæ þarvið $3 \times 8 \sqrt{x-1} = \frac{8 \times 21 \times 8}{8}$, en til þess at stytta þetta sem mest, læt eg hina fyrri 5, í $\frac{8 \times 21 \times 5}{5}$ ganga upp á móti 5 í $3 \times 8 \sqrt{x-1}$, sem eg því strika út báðumegin; nú ganga 5 í deilir upp á móti enum seinni 5 í $\frac{5 \times 21 \times 8}{8}$, og verðr líkingin því $3 \sqrt{x-1} = 21$. Síðan upphef eg í annat veldi lið þá, er $\sqrt{}$ ecki nær yfir, eðr 3 og 21, og loka $x-1$, sem $\sqrt{}$ var yfir, inn í hálfhringa til aðgreiningar, verðr svo líkingin $9(x-1) = 21 \times 21 = 441$; nú margfallda eptir §. 138 $(x-1)$ með 9, sem fyri utan standa, og verðr þá líkingin $9x-9=441$, síðan flyt eg -9 með umbreittu teikni yfrum til 441, og þá eru $9x = 441+9 = 450$, og x sjálft $= \frac{450}{9} = 50$.

§. 145.

Það ber opt við, at fleiri enn ein ókend stærð framkemr í reikningunum, og má þó gilldi serhverrar finna, ef í dæminu eru eins margar líkingar og ókendu stærðirnar eru; því í þeim líkingum er leitat fyrst at gilldi og merkingu einhverrar af enum ókendu stærðum, og því næst eru þaraf tilbúnar nýjar líkingar, í hverium sú fyrri ókenda stærð ecki framkemr, finn eg við þat einhverja af hinum ókendu, og set í hennar stað gilldi hennar, er eg fann, þar sem hún fyrikemr í lík-

í líkingunum. til dæmis: seu þeßar 2 líkíngar gefnar: 1) $3x + 4y = 50 - y$ 2) $6x = 4y + 2$; þá vil eg fyrst reyna til at finna x, og reikna því eptir ádrsøgdu, svo at x í bádum líkíngunum verdi einsamallt hvorumegin, eg set þeßvegna: 1) $x = \frac{50 - y - 4y}{3}$

sem er fyrri líkíngin, og 2) $x = \frac{4y + 2}{6}$

sem er hin sídari. Vid þeßa úrlausn brúka eg í bádum stodunum ena sliótuztu adferd, og syt í fyrri líkíngunni $+ 4y$ (sem eg her verd at álíta sem kenda stærd), yfrum til hægri handar, um leid og eg deili øllum lidunum med samverkandanum 3, og gíøri þetta því allt undir eins; en í seinna dæminu þarf eg ei annat enn deila lidunum med samverkandanum 6, og hefi eg þá fengit 1) $x = \frac{50 - 5y}{3}$ og

$$2)\ x = \frac{4y + 2}{6}$$

nú er $x = x$, og því hlióta $\frac{50 - 5y}{3}$, er samgillda x, og eins $\frac{4y + 2}{6}$ sem einninn eru $= x$, at vera jafnsíórir; eg set því þeßar jafnmiklu stærdir í stadinn fyri x, gíøri eina líkíngu úr tveimur, og segi: $\frac{50 - 5y}{3} = \frac{4y + 2}{6}$, og hefi eg þá fengit láqvardada einfallda líkíngu, hvarí einúngis ein ókend stærd fyrikemr, og verdr hún hvat sliótazt úrleyst med þeßu móti:

$$\frac{50-5y}{3} = \frac{4y+2}{6}$$

$$300-30y = 12y+6$$

$$300-6 = 12y+30$$

$$294 = 42y$$

$$\frac{294}{42} = 7 = y$$

$$y = 7$$

Her margfallda eg fyrri part líkingarinnar med deilirnum 6, og fæ $300-30y$, en seinni lidrinn verdr þarvid sliótazt margfalldadr med þessum sama 6, at eg sleppi deilirnum 6, en skrifa hann ei undir, eins og ádr, sem er hit sama og þó eg skrifadi $\frac{(4y+2)6}{6}$, því þá gengi þó deilirinn 6 upp á móti margfalldaranum 6. Med deilirnum 3 margfalda eg seinna part líkingarinnar, og fæ $1 \cdot y + 6$, en fyrri partrinn margfalldaz þarvid, at eg líka sleppi þar deilirnum 3, nú hefi eg fengit $300-30y = 12y+6$, og flyt eg 6 med gagnstædum teiknum, yfrum til vinstri, en $-30y$ til hægri handar, er þá líkingin ordin $294 = 42y$; en þegar eg deili bádumegin med samverkandanum 42, þat er $\frac{42y}{42}$ og $\frac{294}{42}$, finn eg $y = 7$.

Til þess at finna hvat x se, þarf eg nú ei annat, enn skrifa 7 í stadinn, er samgilda y, hvar sem þat fyrikemr í enum gefnu líkingum, til dæmis:

í stadinn fyri . . . $6x = 4y+2$

skrifa eg nú . . . $6x = 4 \times 7 + 2$

verda þá . . . $6x = 28+2 = 30$

og $x = \frac{30}{6} = 5$

Hefi eg svo fundit $x = 5$, en $y = 7$

Annat

Annat dæmi, uppá úrlausn einfaldra líkinga: 1) $7x + 3Z = 5Z + 52$
2) $4x + 24 = 2Z + 40$

Her leita eg at x, og verdr fyrri líkingin:

$$x = \frac{5Z - 3Z + 52,}{7}$$

en hin feinni $x = \frac{2Z + 40 - 24}{4}$

nú er $x = x$, og því verda:

$$\frac{5Z - 3Z + 52}{7} = \frac{2Z + 40 - 24}{4}$$

$$\frac{2Z + 52}{7} = \frac{2Z + 16}{4}$$

$$8Z + 208 = 14Z + 112$$
$$208 - 112 = 14Z - 8Z$$
$$96 = 6Z$$
$$\frac{96}{6} = 16 = Z$$
$$Z = 16$$

Nú hefi eg med sömu adferd fundit, at Z er $= 16$, og set nú í báðum dæmunum 16 í stadinn Z, hvar hún fyrikemr, til þess at finna x.

Fyrra dæmit:

$7x + 3Z = 5Z + 52$
$7x + 3 \times 16 = 5 \times 16 + 52$
$7x = 80 + 52 - 48$
$7x = 132 - 48$
$7x = 84$
$x = \frac{84}{7} = 12$

Seinna dæmit:

$4x + 24 = 2Z + 40$
$4x + 24 = 2 \times 16 + 40$
$4x = 32 + 40 - 24$
$4x = 72 - 24 = 48$
$x = \frac{48}{4} = 12$

Af báðum dæmunum finn eg at x er $=12$, og Z fann eg vera $=16$.

Þegar 3. ókendar stærðir fyrikoma, má vandliga adgæta, at bókstafirnir, en þó serílagi teiknin rugliz ecki; annars er adferdin all hin sama, nema hvat menn fyrst útvega sér, á viðlíkann hátt og hér var sýndr, 2 líkingar, í hverium einúngis 2 ókendar stærðir fyrikomi, en ei hin 3ia ókenda. til dæmis: ef þeßar 3. líkíngar væru gefnar, og finna ætti Z, y og x:

1) $4y + Z = 2x + 12$
2) $3Z + 2y = 2x + 4$
3) $4x + Z = 60 - y$; þá verdr

í fyrstu líkíngunni $Z = 2x - 4y + 12$

í annari " " $Z = \frac{2x - 2y + 4}{3}$

og í þridiu " $Z = -4x - y + 60$

Þared nú Z er jafnstórt þeßum þremlags stærdum, þá bý eg mer til 2 jafnstórar líkíngar, en útiiyk Z á medan, uefnilega:

Fyrri líkíngin, er:

$$2x - 4y + 12 = \frac{2x - 2y + 4}{3}$$

$$6x - 12y + 36 = 2x - 2y + 4$$

$$6x - 2x = 4 + 12y - 36 - 2y$$

$$4x = -32 + 10y$$

$$x = -8 + \frac{10y}{4}$$

Seinni

Seinni líkingin er:

$$\frac{2x - 2y + 4}{3} = -4x - y + 60$$

$$2x - 2y + 4 = -12x - 3y + 180$$

$$2x + 12x = 180 + 2y - 3y - 4$$

$$14x = 176 - y$$

$$x = \frac{176 - y}{14}$$

Nú sje eg at x er = bædi $-8 + \frac{10y}{4}$ og eins $\frac{176-y}{14}$! eg útilyk her því x eptir fornum vana, og bý mer til nýja líkingu, sem verdr:

$$-8 + \frac{10y}{4} = \frac{176 - y}{14}$$

$$-32 - 10y = \frac{704 - 4y}{14}$$

$$-448 + 140y = 704 - 4y$$

$$140y + 4y = 704 + 448$$

$$144y = 1152$$

$$y = \frac{1152}{144} = 8$$

$$y = 8$$

Í þessari líkingu margfalda eg fyrst alla lidina med deilirnum 4, og fæ þarvid líkinguna: $-32 - 10y = \frac{704 - 4y}{14}$; þar næst med deilirnum 14, og fæ þá líkinguna: $-448 + 140y = 704 - 4y$, sem er mjög audveld, og finn eg lokstus eptir ádrsøgdum reglum, at y er = 8;

ádr

ádr hefi eg fundit, at x er $= -8 + \frac{10y}{4}$ en þegar eg nú set 8 í stadinn fyri y í líkínguni, verdr $x = -8 + \frac{10 \times 8}{4} = \frac{80}{4} =$ 20 edr x er $= 20 - 8 = 12$; og setie eg nú gilldit af $x = 12$, og af $y = 8$, í stadinn fyri x og y í fyrstu líkínguni, sem var: $4y + Z = 2x + 12$.

þá verdr: $Z = 2 \times 12 + 12 - 4 \times 8$

$Z = 24 + 12 - 32$

$Z = 36 - 32 = 4$

$Z = 4$.

Hefi eg svo fundit at x er $= 12$, en $y = 8$, og $Z = 4$. Adferdin er øll hin sama þó fleiri ókendar fyrikomi, því eg útvega mer med sama móti 2 nýiar líkíngar af øllum þeim gefnu, í hverium einúngis 2. ókendar stærdir finnaz, og þegar eg loksins hefi fundit adra þeirra, set eg gilldi hennar inn í hinar fyrri líkíngarnar, og finn med því móti allar þær ókendu, hverja eptir adra.

29. Kapituli.

Um Qvadratiskar Líkingar.

§. 146.

Til þess at qvadrat-rótin verdi útdregin af ósullkomnum qvadratiskum líkingum, verdr þær ádr svo at undirbúa, at þeir lidir, í hverium ókendar stærdir finnaz, seu loksins einsamlir ødrumegin vid jafnadar-merkit, og at vid þá ókendu stærd, af hverri draga á qvadrat-rótina, standi hvørki neitandi teikn edr —, ne helldr nockurr samverkandi. At því búnu tek eg helming samverkandans, sem er vid annan lid, og qvadrera hann, edr margfallda med sjálfum sér, legg qvadrat-toluna bádumegin saman vid serhvørn part, en dreg sídan qvadrat-rótina af bádum líkingarpørtunum, og set bædi + og — edr ± vid þat sem eg fæ í rótina.

til dæmis:

$$3x^2 + 6x = 144$$
$$x^2 + 2x = 48$$
$$x^2 + 2x + 1 = 48 + 1$$
$$\sqrt{x^2 + 2x + 1} = \pm \sqrt{49}$$
$$x + 1 = \pm 7$$
$$x = -1 \pm 7$$
$$x = +7 - 1 = 6$$
$$x = -7 - 1 = 8$$

Her

Her deili eg fyrst ollum liðunum með samverkandanum 3, og fæ líkinguna $x^2 + 2x = 48$, og ern þá ókendar stærðir einsamlar sðrumegin, en þar x er her bæði í fyrsta og eins í sðru velldi, þá sie eg, at þetta er ófullkomin líking, og tek því helming samverkandans við $2x$, sem er annar liðr, eðr 1 og qvadrera hann; 1×1 er $= 1$, og legg eg þessa qvadrat-tölu saman við báða parta líkingarinnar, sem verðr nú $x^2 + 2x + 1 = 48 + 1$, en dreg síðan út qvadrat-rótina af báðum þeirtunum og set framan við x^2 rótar-teiknit $\surd x^2$ og framan við $48 + 1$ ásamt rótar-teikninu bæði $+$ og $-$ eðr $\pm \surd 49$; nú verðr $\surd$ af $x^2 = x$, og af þriðia lið, eðr $+1$ er rótin $= 1$, (því annan lið, hvar x fyrikemr, skal ætíð hlaupa yfir), en af 49 verðr rótin $= \pm 7$, því 7sinnum 7 ern 49; hefi eg svo fengit $x + 1 = \pm 7$, og flyt eg síðan $+1$ með gagnstæðu teikni yfrum til hægri handar, svo x verði einsamalt; er þá $x = -1 \pm 7$, þat er: $x = +7 - 1 = 6$ og $x = -7 - 1 = -8$, því þegar eg dreg -1 frá rótinni $+7$ fæ eg $+6$, en -1 og rótin -7 gisra -8, og hefir x her eins og ókendar stærðir í ollum qvadratiskum líkingum tvöfallðt gilldi, sem er bæði játandi og neitandi, nefnilega: $x = +6$ og $x = -8$.

$$y^2 + 6y = 112$$
$$y^2 + 6y + 9 = 112 + 9$$
$$\surd(y^2 + 6y + 9) = \pm \surd 121$$
$$y + 3 = \pm 11$$
$$y = \pm 11 - 3$$
$$y = +11 - 3 = 8$$
$$y = -11 - 3 = -14$$

Her

Her finn eg eptir sömu reglum at: y er $= 8$ og at y er $= -14$, og er þat aðgætnisverðt, þegar rótin er útgregin af 3ia liðnum, sem er qvadratit af hálfum samverkanda annars liðs, at sú rót fái sama teikn, og annar liðrinn hefir, til dæmis: í þessu dæmi stendr $+$ framan við annan lið eðr $6y$, og því fær einginn rótin 3 af 3ia liðnum 9 $+$.

$$x^2 - 5x = 6$$
$$x^2 - 5x + (\tfrac{5}{2})^2 = 6 + (\tfrac{5}{2})^2$$
$$x^2 - 5x + \tfrac{25}{4} = 6 + \tfrac{25}{4}$$
$$\sqrt{x^2 - 5x + \tfrac{25}{4}} = \pm\sqrt{\tfrac{24}{4} + \tfrac{25}{4}} = \tfrac{49}{4}$$
$$\sqrt{x^2 - 5x + \tfrac{25}{4}} = \pm\sqrt{\tfrac{49}{4}}$$
$$x - \tfrac{5}{2} = \pm\tfrac{7}{2}$$
$$x = \pm\tfrac{7}{2} + \tfrac{5}{2}$$
$$x = +\tfrac{7}{2} + \tfrac{5}{2} = \tfrac{12}{2} = 6$$
$$x = -\tfrac{7}{2} + \tfrac{5}{2} = -\tfrac{2}{2} = -1$$
$$x = +6. \quad x = -1$$

Í þessu dæmi tek eg helming af 5, samverkanda annars liðs, sem verðr $\frac{5}{2}$, og qvadrera hann, það er: eg inniloka fyrst $\frac{5}{2}$ í halfhringa með vísirnum ^{2} fyri utan, og þessa $(\frac{5}{2})^2$ legg eg til báðumegin, en þegar eg í raun réttri qvadrera teliara og nefnara, verðr $x^2 - 5x + \frac{25}{4} = 6 + \frac{25}{4}$; nú gjöri eg 6 heila at broti með nefnaranum 4, til þess at fá samnefnd brot, og fæ eg þá $\frac{24}{4}$, sem lagðir saman við $\frac{25}{4}$ samamegin, gjöra $\frac{49}{4}$; líkingin verðr því: $\sqrt{x^2 - 5x + \frac{25}{4}} = \pm\sqrt{\frac{49}{4}}$, nú er qvadrat-rótin af $x^2 = x$, og af $\frac{25}{4}$ í þriðja lið $= -\frac{5}{2}$, þareð teiknit $-$ stendr við $5x$, sem er annar liðrinn, en af $\frac{49}{4}$ er rótin $= \frac{7}{2}$, og

þeßvegna er $x - \frac{5}{2} = \pm \frac{7}{2}$; flytie eg nú $-\frac{5}{2}$ yfrum, svo at x verdi einsamalt, fæ eg $x = \pm \frac{7}{2} + \frac{5}{2}$, og finn x at vera $= + \frac{7}{2} + \frac{5}{2} = \frac{12}{2} = 6$, og eins x at vera $= -\frac{7}{2} + \frac{5}{2} = -\frac{2}{2} = -1$, þat er: $x = +6$, og $x = -1$.

$$2Z^2 - \tfrac{3}{5} Z = 47$$
$$Z^2 - \tfrac{3}{10} Z = \tfrac{47}{2}$$
$$Z^2 - \tfrac{3}{10} Z + (\tfrac{3}{20})^2 = \tfrac{47}{2} + (\tfrac{3}{20})^2$$
$$Z^2 - \tfrac{3}{10} Z + \tfrac{9}{400} = \tfrac{47}{2} + \tfrac{9}{400}$$
$$Z^2 - \tfrac{3}{10} Z + \tfrac{9}{400} = \tfrac{9400}{400} + \tfrac{9}{400} = \tfrac{9409}{400}$$
$$\sqrt{Z^2 - \tfrac{3}{10} Z + \tfrac{9}{400}} = \pm \sqrt{\tfrac{9409}{400}}$$
$$Z - \tfrac{3}{20} = \pm \tfrac{97}{20}$$
$$Z = \pm \tfrac{97}{20} + \tfrac{3}{20}$$
$$Z = + \tfrac{97}{20} + \tfrac{3}{20} = \tfrac{100}{20} = 5$$
$$Z = - \tfrac{97}{20} + \tfrac{3}{20} = -\tfrac{94}{20} = -4\tfrac{7}{10}$$
$$Z = +5$$
$$Z = -4\tfrac{7}{10}$$

Med samverkandanum 2 deili eg her fyrst allum liðunum, og fæ við þat $Z^2 - \frac{3}{10} Z = \frac{47}{2}$; nú tek eg helming samverkandans $\frac{3}{10}$, sem verdr $\frac{3}{20}$, og legg qvadratit af þeßum helming báðumegin saman við hvern part, þat er $(\frac{3}{20})^2$, sem er $= \frac{9}{400}$. Líkingin verdr því: $Z^2 - \frac{3}{10} Z + \frac{9}{400} = \frac{47}{2} + \frac{9}{400}$, en þar eg sie at rótin er anddregin af $\frac{9}{400}$, þá útvega eg $\frac{47}{2}$ sama nefnara, með því at margfalda brotit í toliara og nefnara með 200, og verda þá $\frac{47}{2} = \frac{2400}{400}$, og líkingin sjálf verdr: $Z^2 - \frac{3}{10} Z + \frac{9}{400} = \frac{2409}{400}$; af Z^2 verdr rótin $= Z$, af þridia lid $\frac{9}{400}$ verdr hún, eptir teikni annars liðs, $= -\frac{3}{20}$, og af $\frac{2409}{400}$ er rótin $= \frac{97}{20}$,

fæ

fæ eg því líkinguna: $Z - \frac{3}{20} = \pm \frac{27}{20}$; en þegar eg flyt $-\frac{3}{20}$ yfrum, verdr $Z = \pm \frac{27}{20} + \frac{3}{20}$, og leggi eg $+\frac{3}{20}$ vid $+\frac{27}{20}$ fæ eg $\frac{100}{20}$ edr 5, sem eru $= Z$; en leggi eg saman $-\frac{27}{20}$ og $+\frac{3}{20}$, fæ eg $-\frac{24}{20}$ edr $-4\frac{7}{10}$, sem einnin jafngillda Z, þat er: Z er $= +5$, og líka $= -4\frac{7}{10}$.

Vid fullkomnar qvadratiskar líkingar er enginn annar vandi, enn strax at útdraga rótina af bádum líkingar pertunum, þegar hin ókenda stærd fyrst er ordin einsonnul ødrumegin vid jafnadar merkit. til dæmis:

$$y^2 + 8 = 152$$
$$y^2 = 152 - 8$$
$$y = \sqrt{144} = 12$$

Her er rótin bádumegin útdregin, og verdr $y = 12$.

Til þess at reyna hvort rett se reiknat, þarf ei annat enn setia gildi þeirra ókendu stærda í þeirra stad, hvar þær í líkingum fyrikoma, til dæmis í stadinn fyri:

$$y^2 + 8 = 152$$
$$12^2 + 8 = 152$$
$$144 + 8 = 152$$
$$152 = 152$$

Nockur Verkefni og dæmi, sem úrleyst verda med einföldum og qvadratiskum líkingum.

I.

Einn hellt á peningasiód, og hét at gefa hann med öllu saman peim, er gæti rett uppá, hvat margir ríkisdalir at í honum væru. Strax hugsadi annar sér til hreifings, og sagdi: eg get at í honum seu 40 rdl.; hinn svaradi: hefdi eg pat $2\frac{1}{2}$sinnum í siódnum, sem par nú er, og par at auki $7\frac{1}{2}$ rd., pá hefdir pú rett getit. Nú er spurning: hversu margir ríkisdalir í siódnum hafi verit? Pat sem í honum var kalla eg nú y, og petta $2\frac{1}{2}$ sinnum giorir $2\frac{1}{2}y$; $7\frac{1}{2}$ rdl. at auki edr $+ 7\frac{1}{2}$ gefr mer peßa líkingu:

$$2\tfrac{1}{2}y + 7\tfrac{1}{2} = 40$$
$$2\tfrac{1}{2}y = 40 - 7\tfrac{1}{2}$$
$$\tfrac{5}{2}y = 40 - 7\tfrac{1}{2}$$
$$5y = 80 - 15 = 65$$
$$y = \tfrac{65}{5} = 13$$

líkingin sýnir: at í siódnum hafi verit 13 rd.

II. Árni og Jón vóru nótt saman á bæ, og spurdi Árni, Jón at alldri; Jón svaradi: nú ert pú 3faldt elldri enn eg, en at 15 árum lidnum, verdr pú mier 2falldt elldri. Hvat gaml-

gamlir vóru Árni og Jón? látum Árna aldr heita x, og þá verdr Jóns aldr $= \frac{x}{3}$ og at 15 árum lidnum $= \frac{x}{3} + 15$, og þetta á at vera = hálfum Árna aldri at 15 árum lidnum, þat er $\frac{x+15}{2}$; Af þessu fæzt nú líkingin:

$$\frac{x}{3} + 15 = \frac{x + 15}{2}$$

$$15 = \frac{x + 15}{2} = \frac{x}{3}$$

$$30 = x + 15 - \frac{2x}{3}$$

$$90 = 3x + 45 - 2x$$

$$90 - 45 = 3x - 2x$$

$$45 = x$$

Nú hefir eg fundit Árna aldr x, at vera $= 45$, en þar Árni var 3falldt eldri, enn Jón, þá verdr Jóns aldr $= \frac{45}{3} = 15$, edr: Árni hafdi 5 ár um fertugt, en Jón var 15 Vetra.

III. Einn villdi gefa nockrum fátækum ölmusu; hann vantadi 6 skilldinga til þess, at hann gæti gefit hverium fátækling 7 ß, en þegar hann hafdi gefit hverium 6 ß, átti hann 1 ß eptir. Nú vil eg vita hvat mikla Peninga hann hiá sér hafdi, og hvat morgum fátækum hann gaf?

Látum fátækra-töluna vera $= Z$ og þá eru $7Z - 6 = 6Z + 1$

$$7Z = 6Z = 1 + 6$$

$$Z = 7$$

Fátælir vórn þar 7, og í peningum hafði hann 43 ß, því þegar hann gaf 7. fátæfum, 6 ß hverium, átti hann 1 ß. umfram, því $6 \times 7 = 42$, en $42 + 1 = 43$.

IV. Þrír menn hefdu unnit í spilum, til samans 80 rd.; B. vann 17 rd. meir enn A, og C vann 18 rd. meir enn A og B tilsamans; hvad mikit vann hverr um sig?

Látum A hafa unnit $= y$,
svo hefir B unnit $= y + 17$
en C $= y + y + 17 + 18$,
og fæ eg þá heraf þessa líkingu:

$$y + y + y + y + 17 + 18 = 80$$
$$4y + 52 = 80$$
$$4y = 80 - 52 = 28$$
$$y = \frac{28}{4} = 7$$

Af þessu sie eg, at
A hefir unnit 7 rd.
B " " 24 rd. edr 17 rd. meir enn A,
og C " " 49 rd. edr 18 rd. meir enn A og B.
Summa 80 rd.

Nú skal sýna, hvernin úrleysa megi med líkingum, nockur þau dæmi, er útreiknud vórn med tølum í Fals-reglu (sjá framar 24 Kap.)

V. Antonius spyr Sempronium at alldri? Sempronius svarar: ef eg hálfsýki alldr minn, og enn aptr at fiórda parti, hefdi eg sis um siøtugt; hvat var Sempronius gamall? látum hans alldr $= x$,

svo

svo er: $x + \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}x = 77$
$2x + x + \frac{1}{2}x = 154$
$4x + 2x + x = 308$
$7x = 308$
$x = \frac{308}{7} = 44$ edr alldri Sempr.

VI. Einn var adspurdr: hve marga rd. hann hefdi hiá sér? hann svaradi: ef eg burttæki $\frac{1}{3}$ af peningum peim, er eg hiá mier hefi, og tvøfaldadi sídan pat eptir væri, pá hefdi eg 36 rd.; hvat marga rdli hafdi hann? Pegar af peningunum, er hann hiá sér hafdi, og eg vil nefna y, er burttekinn $\frac{1}{3}$, pá er ei eptir, nema $\frac{2}{3}y$, og petta tvøfaldat verdr $= \frac{4}{3}y$, sem gefr mer líkinguna:

$\frac{4}{3}y = 36$
$4y = 108$
$y = \frac{108}{4} = 27$, sem er Peninga-talan.

VII. Af 4um skipum, sem gengu í einni veidistødu, átti at segia hlutahæd í vertídar lokin; Formennirnir hetu: Árni, Biarni, Christián og Davíd. Biarni hafdi ablat tvøfaldt, en Christián prefaldt vid Árna, og Davíd eins mikit og peir allir; nú feck Davíd 480. fiska hlut, hvat feck pá hverr hinna? Nefni eg nú Árna hlut Z, pá verdr Biarna

$= 2Z$ og Christiáns $= 3Z$, og líkingin verdr því: $Z + 2Z + 3Z = 480$

$$6Z = 480$$

$$Z = \frac{480}{6} = 80$$

Nú hefi eg fundit Z, sem er Árna hlutr $= 80$, og því verdr Biarna hlutr 80×2 edr 160, en Christiáns $= 80 \times 3$ edr. 240.

VIII. Einn sem átti at heilsa á brúdabeck, hvar margar meyiar sátu, villdi fara skemztu leid, og sagdi: sælar verit þid mínar frídu stúlkur allar 60. saman; ein þeirra svaradi: ef hér væru eins margar at auki, og nú eru, og vid töluna væri aukit einum þridiúngi, og enn þá einum siettúngi, þá hefdir þú getit í kollinn; spurning: hvat margar vóru meyiarnar? Setie eg nú meyiatöluna $= x$, þá verda eins margar at auki $= x$, edr tilsamans $= 2x$ $\frac{1}{3}$ verdr $= \frac{1}{3}x$, en $\frac{1}{6} = \frac{1}{6}x$, og þetta allt tilsamans $= 6$; edr líkingin er:

$$2x + \tfrac{1}{3}x + \tfrac{1}{6}x = 60$$
$$2x + \tfrac{1}{2}x = 60$$
$$4x + x = 120$$
$$5x = 120$$
$$x = \frac{120}{5} = 24$$

Hér er $\frac{1}{3}x + \frac{1}{6}x$ giört at $\frac{1}{2}x$, til flýtis, og finn eg sídan x edr meyiatöluna $= 24$.

IX. Biarni

IX. Biarni fór í kaupstad, og keypti brennuvín og miød fyri 372 ß; af brennuvíni tók hann út helmíngi minna enn af miød, og gaf fyri brennuvíns-pottinn 13 ß, en fyri miadar-pottinn 9, nú vil eg vita hvat marga brennuvíns- og miadarpotta hann feck?

Af brennuvíni keypti hann $= x$ potta
og af miød $=$ $= y$ potta
því verdr líkingin $13x + 9y = 372$
og $2x = y$

fyrri líkingin verdr: $x = \frac{372 - 9y}{13}$
en hin seinni $x = \frac{1}{2}y$; nú er $x = x$
og því eru $\frac{372 - 9y}{13} = \frac{1}{2}y$

$372 - 9y = \frac{13}{2}y$
$744 - 18y = 13y$
$744 = 13y + 18y$
$744 = 31y$
$\frac{744}{31} = 24 = y$
$y = 24$
$2x = y$

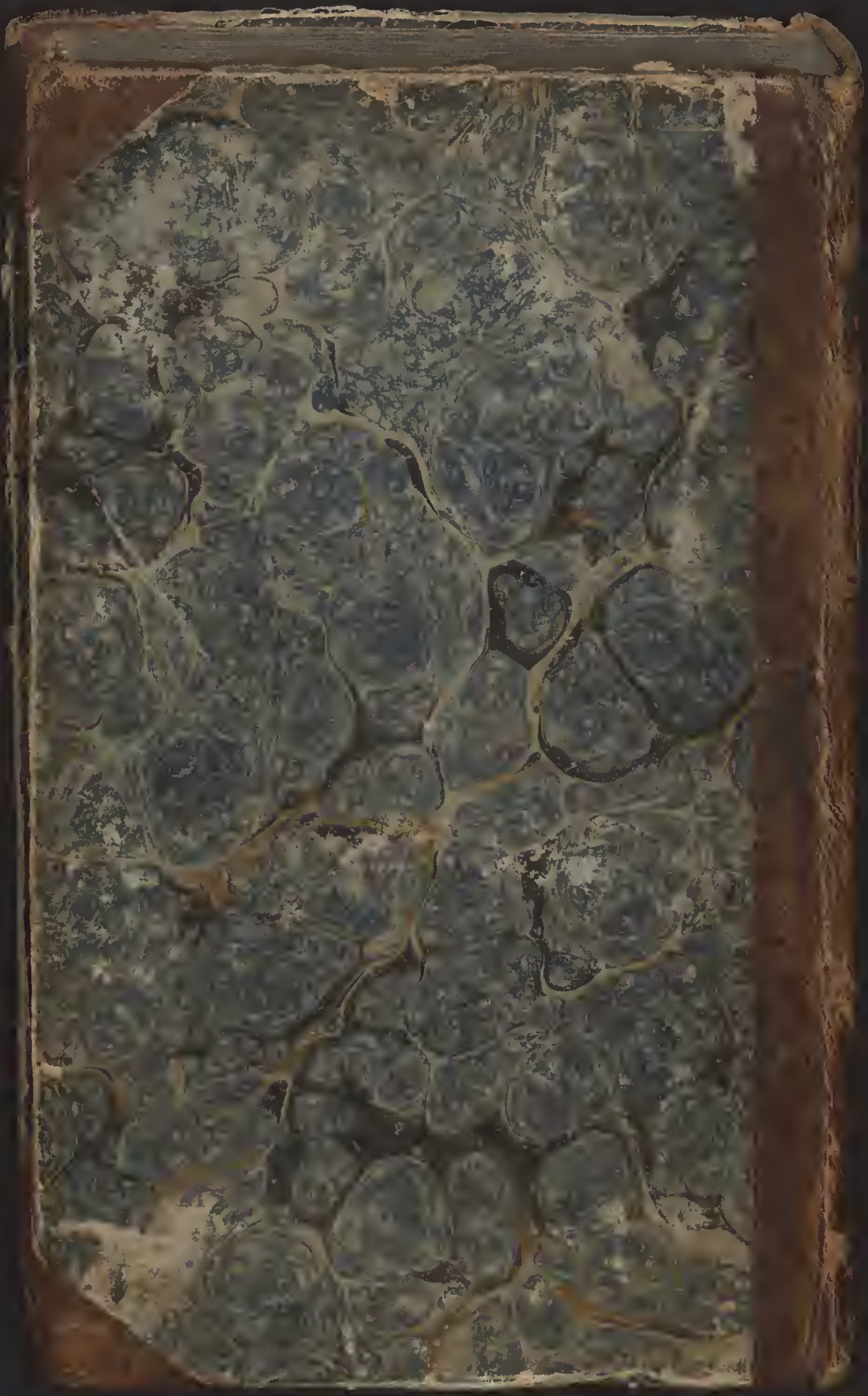
$2x = 24$
$x = \frac{24}{2} = 12$

Med þessu móti finn eg, at af brennuvíni feck Biarni 12. potta, en af miød 24. potta.

X. Ein

X. Ein hyngismey var spurd at alldri; en hún svaradi: at þegar hún fæddiz, hafi móðir sín verit fertug, og ef nú væri margfaldadr alldr móðurinnar, með sínum, þat er með meyiar alldrinum, þá kæmi fram Methúsalems alldr, er vard 969 ára; hvat gømul var nú hyngismeyian? Se hennar alldr $= x$, þá verdr móðurinnar $= x + 40$, þetta á at margfaldaz saman, og þvi er líkingin:

$$x(x + 40) = 969$$
$$x^2 + 40x = 969$$
$$x^2 + 40x + (20)^2 = 969 + (20)^2$$
$$x^2 + 40x + 400 = 969 + 400 = 1369$$
$$\sqrt{x^2 + 40x + 400} = \pm \sqrt{1369}$$
$$x + 20 = \pm 37$$
$$x = \pm 37 - 20$$
$$x = + 37 - 20 = 17 \text{ meyar-alldrinn}$$
$$x = - 37 - 20 = - 57 \text{ móður-alldrinn.}$$

Af þessari quadratiskri líkingu, finnst eptir áðrsyndum reglum, at alldr meyarinnar var 17, en at alldr móðrinnar, sem var 40 árum eldri, hefir verit 57.

4h. 38.